

3  $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  のとき

(1)  $A^2, A^3$  を求めよ。

(2)  $A^{10}$  を求めよ。[Hint :  $AE = EA = A$  (但し,  $E$  は単位行列)]

4  $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$  のとき

結合法則  $A(B+C) = AB+AC$  が成り立つことを示せ。

[証明]  $A(B+C) = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \left\{ \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \right\}$

$$AB+AC = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

=====

3 (1)  $A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = E$  : 単位行列

(2)  $A^{10} = A^3 A^3 A^3 A = E(E(EA)) = E(EA) = EA = A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

4 証明略。計算結果は共に  $\begin{pmatrix} 11 & 9 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$