

問 11.15 線形変換 f による 2 点 $P(3, -4)$, $Q(4, 1)$ の像が $P'(1, -2)$, $Q'(2, -1)$

であるとき, f を表す行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ を求めよ。

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{より}$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \times \frac{1}{3+16} \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{19} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{19} \begin{pmatrix} 1+8 & -4+6 \\ -2-4 & 8-3 \end{pmatrix} = \frac{1}{19} \begin{pmatrix} 9 & 2 \\ -6 & 5 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

問 11.16 次の連立方程式を解け。

$$(1) \begin{cases} 2x+4y=5 \dots \textcircled{1} \\ -x-2y=3 \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \times (-2) \text{ より } 2x+4y=-6$$

よって, $\textcircled{1}$ と $\textcircled{2}$ は(一致しない)平行な直線である。 (答) 解なし

$$(2) \begin{cases} 3x+4y=5 \dots \textcircled{1} \\ 6x+8y=10 \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \div 2 \text{ より } 3x+4y=5$$

よって, $\textcircled{1}$ と $\textcircled{2}$ は同一直線である。 (答) 直線 $3x+4y=5$ 全体

問 11.17 行列 $A = \begin{pmatrix} x & 2 \\ 3 & x-5 \end{pmatrix}$ の正則条件を求めよ。

$$\Delta = x(x-5) - 6 = x^2 - 5x - 6 = (x+1)(x-6)$$

よって求める正則条件は $\Delta \neq 0$ より $x \neq -1, 6$

問 11.18 曲線 $x^2 + y^2 = 4$ で囲まれる部分を図形 C とする。

このとき, 線形変換 $f: \begin{cases} x' = 3x + 4y \\ y' = x - 2y \end{cases}$ による図形 C の像 C' の面積を求めよ。

$$\text{変換 } f \text{ が表す行列は } A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \Delta = -6 - 4 = -10$$

また, 図形 C [半径 2 の円] の面積 S は $S = 4\pi$

よって, 求める図形 C' の面積 S' は $S' = |\Delta| S = 10 \times 4\pi = 40\pi$