$\boxed{\text{演習}}$ 行列_第04回

学年[ 2 ]年 学科[ MI・AC・BC ] 番号[ ] 氏名 [ ]

**問 11.7** 次の連立1次方程式を解け。

(1) $\begin{cases} x-5y=-4 \\ 2x-y=5 \end{cases}$ $\begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}$ より

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}=\frac{1}{-1+10}\begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}=\frac{1}{9}\begin{pmatrix} 4+25 \\ 8+5 \end{pmatrix}=\frac{1}{9}\begin{pmatrix} 29 \\ 13 \end{pmatrix}$$

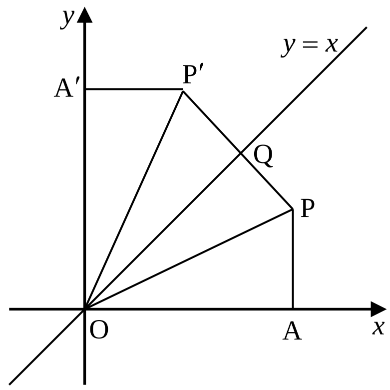
（答） $x=\dfrac{29}{9}$, $y=\dfrac{13}{9}$

(2) $\begin{cases} 4x+3y=5 \\ 3x-y=7 \end{cases}$ $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix}$ より

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix}=\frac{1}{-4-9}\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix}=\frac{-1}{13}\begin{pmatrix} -5-21 \\ -15+28 \end{pmatrix}=\frac{-1}{13}\begin{pmatrix} -26 \\ 13 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

（答） $x=2$, $y=-1$

**問 11.8** 点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ を直線 $y=x$ に関して対称に移した点を $\mathrm{P}'(x',\ y')$ とする。
また，点 P から $x$ 軸に降ろした垂線の足を A，点 P′ から $y$ 軸に降ろした垂線の足を A′ とする。
このとき，次の問いに答えよ。
尚，直線 $y=x$ と線分 PP′ の交点を Q とする。




(1) $\Delta\mathrm{OAP}\equiv\Delta\mathrm{OA'P'}$ を証明せよ。

OQ は共通， $\mathrm{QP}=\mathrm{QP'}$， $\angle\mathrm{OQP}=\angle\mathrm{OQP'}(=90^\circ)$

２辺とその間の角が等しいので $\Delta\mathrm{OQP}\equiv\Delta\mathrm{OQP'}$

よって，次の２つの関係式が得られる。 $\angle\mathrm{POQ}=\angle\mathrm{P'OQ}\cdots$①， $\mathrm{PO}=\mathrm{P'O}\cdots$②

また，①と $\angle\mathrm{AOQ}=\angle\mathrm{A'OQ}(=45^\circ)$ から $\angle\mathrm{AOP}=\angle\mathrm{A'OP'}\cdots$③ が導ける。

更に，２つの三角形[$\Delta\mathrm{AOP}$, $\Delta\mathrm{A'OP'}$]は直角三角形[$\angle\mathrm{OAP}=\angle\mathrm{OA'P'}=90^\circ$]で

あることを考慮することにより $\angle\mathrm{APO}=\angle\mathrm{A'P'O}\cdots$④ が導ける。

従って，②～④より，１辺とその両端の角が等しいので $\Delta\mathrm{OAP}\equiv\Delta\mathrm{OA'P'}$

(2) $x'$, $y'$ を， $x$, $y$ を用いて表せ。

(1)より $\begin{cases} x'=\mathrm{A'P'}=\mathrm{AP}=y \\ y'=\mathrm{OA'}=\mathrm{OA}=x \end{cases}$

(3) 直線 $y=x$ に関して対称に移す線形変換 $f$ を表す行列 $A$ を求めよ。

(2)より $f:\begin{cases} x'=y=0\times x+1\times y \\ y'=x=1\times x+0\times y \end{cases} \leftrightarrow A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$