演習　行列_第 02 回

学年[2]年　学科[MI・AC・BC]　番号[　　　]　氏名　[　　　　　　　　　　　]

問 11.3　$A=\begin{pmatrix}4 & -2\\ 1 & 3\end{pmatrix}$のとき，$A^2$, A^3 を求めよ。

$$A^2=\begin{pmatrix}4 & -2\\ 1 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4 & -2\\ 1 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}16-2 & -8-6\\ 4+3 & -2+9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}14 & -14\\ 7 & 7\end{pmatrix}$$

$$A^3=AA^2=\begin{pmatrix}4 & -2\\ 1 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}14 & -14\\ 7 & 7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}56-14 & -56-14\\ 14+21 & -14+21\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}42 & -70\\ 35 & 7\end{pmatrix}$$

問 11.4　$A=\begin{pmatrix}4 & -2\\ 1 & 3\end{pmatrix}$と$B=\begin{pmatrix}x & y\\ a & b\end{pmatrix}$ は可換とする。

このとき，x, y を a, b を用いて表せ。

$$AB=\begin{pmatrix}4 & -2\\ 1 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x & y\\ a & b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4x-2a & 4y-2b\\ x+3a & y+3b\end{pmatrix}$$

$$BA=\begin{pmatrix}x & y\\ a & b\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4 & -2\\ 1 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4x+y & -2x+3y\\ 4a+b & -2a+3b\end{pmatrix}$$

よって，可換[$AB=BA$]より

$$\begin{cases}4x-2a=4x+y\\ 4y-2b=-2x+3y\\ x+3a=4a+b\\ y+3b=-2a+3b\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-y-2a=0 & \cdots①\\ 2x+y-2b=0 & \cdots②\\ x-a-b=0 & \cdots③\\ y+2a=0 & \cdots④\end{cases}$$

①と④から同じ式が得られる。　$y+2a=0$　　$\therefore y=-2a\cdots⑤$

⑤を②に代入すると，③と同じ式が得られる。

$x-a-b=0$　　$\therefore x=a+b$

（答）$x=a+b$，$y=-2a$

問 11.5　$A=\begin{pmatrix}4 & 6\\ a & 9\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}6 & 3\\ x & y\end{pmatrix}$ が零因子となるような a, x, y を求めよ。

$$AB=\begin{pmatrix}4 & 6\\ a & 9\end{pmatrix}\begin{pmatrix}6 & 3\\ x & y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}24+6x & 12+6y\\ 6a+9x & 3a+9y\end{pmatrix}$$

よって，零因子[$AB=O$]より

$24+6x=0\cdots①$　$12+6y=0\cdots②$

$6a+9x=0\cdots③$　$3a+9y=0\cdots④$

①と②より　$x=-4$, $y=-2\cdots⑤$

⑤を③と④に代入すると同じ式が得られる　$a-6=0$　　$\therefore a=6$

（答）$a=6$, $x=-4$, $y=-2$