4H2_後半

1. 次の不定積分を求めよ。

（部分積分）

（1） $I=\int(3x+1)e^{2x+1}\,dx$

(2) $I=\int x^2\cos(2x+3)\,dx$

(3) $I=\int(2x+1)^3\log(2x+1)\,dx$

(4) $I=\int e^{3x}\cos 2x\,dx$

2. 次の不定積分を求めよ。

（置換積分）

（1） $I=\int\sin^5 x\cos x\,dx$

(2) $I=\int\frac{\cos x}{\sin^5 x}\,dx$

(3) $I=\int\frac{\log x}{x}\,dx$

(4) $I=\int(2x+1)(x^2+x+1)^5\,dx$

(5) $I=\int\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\,dx$

4H2_後半

1. 次の不定積分を求めよ。

（部分積分）

(1) $I=\int(3x+1)e^{2x+1}\,dx$

微分	積分
$+(3x+1)$	e^{2x+1}
$-(3)$	$\frac{2}{4}e^{2x+1}=\frac{1}{2}e^{2x+1}$
$+(0)$	$\frac{1}{4}e^{2x+1}$

$$I=(3x+1)\cdot\frac{2}{4}e^{2x+1}-3\cdot\frac{1}{4}e^{2x+1}+C$$

$$=\frac{6x+2-3}{4}\cdot e^{2x+1}+C=\frac{(6x-1)e^{2x+1}}{4}+C$$

(2) $I=\int x^2\cos(2x+3)\,dx$

微分	積分
$+(x^2)$	$\cos(2x+3)$
$-(2x)$	$\frac{1}{2}\sin(2x+3)$
$+(2)$	$-\frac{1}{4}\cos(2x+3)$
$-(0)$	$-\frac{1}{8}\sin(2x+3)$

$$I=\frac{1}{2}x^2\sin(2x+3)+\frac{1}{2}x\cos(2x+3)-\frac{1}{4}\sin(2x+3)+C$$

(3) $I=\int(2x+1)^3\log(2x+1)\,dx$

微分	積分
$+(\log(2x+1))$	$(2x+1)^3$
$-\left(\frac{2}{2x+1}\right)$	$\frac{1}{4}(2x+1)^4\cdot\frac{1}{2}$

$$I=\frac{1}{8}(2x+1)^4\log(2x+1)-\frac{1}{4}\int(2x+1)^3\,dx$$

$$=\frac{1}{8}(2x+1)^4\log(2x+1)-\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2\cdot4}(2x+1)^4+C$$

$$=\frac{1}{8}(2x+1)^4\log(2x+1)-\frac{1}{32}(2x+1)^4+C$$

(4) $I=\int e^{3x}\cos 2x\,dx$

（公式）

$$\int e^{ax}\cos bx\,dx=\frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a\cos bx+b\sin bx)+C$$

$$\int e^{ax}\sin bx\,dx=\frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a\sin bx-b\cos bx)+C$$

を用いる。

$$I=\frac{e^{3x}}{3^2+2^2}(3\cos 2x+2\sin 2x)+C$$

$$=\frac{e^{3x}}{13}(3\cos 2x+2\sin 2x)+C$$

2. 次の不定積分を求めよ。

（置換積分）

(1) $I=\int\sin^5 x\cos x\,dx=\int(\sin x)^5\cos x\,dx$

$t=\sin x\to dt=\cos x\,dx$ より

$$I=\int t^5\underbrace{dt}_{\cos x\,dx}=\frac{1}{6}t^6+C=\frac{1}{6}\sin^6 x+C$$

(2) $I=\int\frac{\cos x}{\sin^5 x}dx=\int\frac{1}{\sin^5 x}\cos x\,dx$

$t=\sin x\to dt=\cos x\,dx$ より

$$I=\int\frac{1}{t^5}\underbrace{dt}_{\cos x\,dx}=\int t^{-5}\,dt=\frac{1}{-4}t^{-4}+C$$

$$=\frac{-1}{4t^4}+C=\frac{-1}{4\sin^4 x}+C$$

(3) $I=\int\frac{\log x}{x}dx=\int\log x\frac{1}{x}dx$

$t=\log x\to dt=\frac{1}{x}dx$ より

$$I=\int t\underbrace{dt}_{\frac{1}{x}dx}=\frac{1}{2}t^2+C=\frac{1}{2}(\log x)^2+C$$

(4) $I=\int(2x+1)(x^2+x+1)^5\,dx$

$t=x^2+x+1\to dt=(2x+1)dx$ より

$$I=\int t^5\underbrace{dt}_{(2x+1)dx}=\frac{1}{6}t^6+C=\frac{1}{6}(x^2+x+1)^6+C$$

(5) $I=\int\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}dx=\frac{1}{2}\int\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}2x\,dx$

$t=x^2+1\to dt=2x\,dx$ より

$$I=\frac{1}{2}\int\frac{1}{\sqrt{t}}\underbrace{dt}_{2x\,dx}=\frac{1}{2}\int t^{-\frac{1}{2}}\,dt=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{1}t^{\frac{1}{2}}+C=\sqrt{x^2+1}+C$$