[不定積分]4H2_前半

1. 次の不定積分を求めよ。

(基本公式)

(1) $\displaystyle\int\left(x^2+2x+\frac{3}{x}+\frac{2}{x^3}\right)dx$

(2) $\displaystyle\int(5x-3)^7\,dx$

(3) $\displaystyle\int\frac{1}{\sqrt[5]{4x+7}}dx$

(4) $\displaystyle\int\sin(7x-2)dx$

(5) $\displaystyle\int e^{-2x+3}\,dx$

(6) $\displaystyle\int\frac{1}{\cos^2(4x+1)}dx$

(7) $\displaystyle\int\frac{\cos x}{5+\sin x}dx$

(8) $\displaystyle\int\frac{x^4}{x^5-5}dx$

2. 次の不定積分を求めよ。

(三角関の公式を利用する問題)

(1) $\displaystyle\int\tan x\,dx$

(2) $\displaystyle\int\tan^2 x\,dx$

(3) $\displaystyle\int\cos 7x\cos 3x\,dx$

(4) $\displaystyle\int\sin^2 x\,dx$

[不定積分]4H2_前半

1. 次の不定積分を求めよ。

(基本公式)

(1) $\int\left(x^2+2x+\frac{3}{x}+\frac{2}{x^3}\right)dx=\int\left(x^2+2x+\underbrace{\frac{3}{x}}_{3\cdot\frac{1}{x}}+\underbrace{\frac{2}{x^3}}_{2x^{-3}}\right)dx$

$=\frac{1}{3}x^3+\frac{2}{2}x^2+3\log|x|+\frac{2}{-2}x^{-2}+C$

$=\frac{1}{3}x^3+x^2+3\log|x|-\frac{1}{x^2}+C$

(2) $\int(5x-3)^7\,dx$

$=\frac{1}{8}(5x-3)^8\cdot\frac{1}{5}+C=\frac{1}{40}(5x-3)^8+C$

(3) $\int\frac{1}{\sqrt[5]{4x+7}}dx=\int(4x+7)^{\frac{-1}{5}}\,dx$

$=\int(4x+7)^{\frac{-1}{5}}\,dx=\frac{1}{4}\cdot\frac{5}{4}(4x+7)^{\frac{4}{5}}+C$

$=\frac{5}{16}\sqrt[5]{(4x+7)^4}+C$

(4) $\int\sin(7x-2)dx=-\frac{1}{7}\cos(7x-2)+C$

(5) $\int e^{-2x+3}\,dx=\frac{-1}{2}e^{-2x+3}+C$

(6) $\int\frac{1}{\cos^2(4x+1)}dx=\frac{1}{4}\tan(4x+1)+C$

(7) $\int\frac{\cos x}{5+\sin x}dx=\int\frac{(5+\sin x)'}{5+\sin x}dx=\log|5+\sin x|+C$

(8) $\int\frac{x^4}{x^5-5}dx=\frac{1}{5}\int\frac{5x^4}{x^5-5}dx=\frac{1}{5}\int\frac{(x^5-5)'}{x^5-5}dx$

$=\frac{1}{5}\log|x^5-5|+C$

2. 次の不定積分を求めよ。

(三角関の公式を利用する問題)

(1) $\int\tan x\,dx$

(公式) $\tan x=\frac{\sin x}{\cos x}\left(\cot x=\frac{\cos x}{\sin x}\right)$ を用いる。

$\int\tan x\,dx=-\int\frac{-\sin x}{\cos x}dx=-\int\frac{(\cos x)'}{\cos x}dx$

$=-\log|\cos x|+C$

(2) $\int\tan^2 x\,dx$

(公式) $\tan^2 x=\frac{1}{\cos^2 x}-1\ \left(\cot^2 x=\frac{1}{\sin^2 x}-1\right)$

を用いる。

$\int\tan^2 x\,dx=\int\left(\frac{1}{\cos^2 x}-1\right)dx=\tan x-x+C$

(3) $\int\cos 7x\cos 3x\,dx$

(公式) $\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)\}$

($\sin\alpha\sin\beta=\frac{-1}{2}\{\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)\}$

$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\{\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\}$)

を用いる。

$\int\cos 7x\cos 3x\,dx=\frac{1}{2}\int\left(\cos\underbrace{10x}_{7x+3x}+\cos\underbrace{4x}_{7x-3x}\right)dx$

$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{10}\sin 10x+\frac{1}{4}\sin 4x\right)+C=\frac{1}{20}\sin 10x+\frac{1}{8}\sin 4x+C$

(4) $\int\sin^2 x\,dx$

(公式) $\sin^2 x=\frac{1}{2}(1-\cos 2x)\left(\cos^2 x=\frac{1}{2}(1+\cos 2x)\right)$

を用いる。

$\int\sin^2 x\,dx=\frac{1}{2}\int(1-\cos 2x)dx=\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{2}\sin 2x\right)+C$

$=\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\sin 2x+C$