[関数のグラフ]4H1_1 後半

1.　次の関数の増減・極値・凹凸・変曲点を調べてグラフをかけ

（1）$y = x\log x\ (x > 1)$　4H3 参照

（2）$y = \dfrac{1}{x^2 - 1}$　4H4 参照

（3）$y = x\sqrt{4 - x^2}\ (-2 \leqq x \leqq 2)$　4H5 参照

2. 次の関数のグラフの変曲点を求めよ。
（分数関数については、漸近線も求めよ。）

(1)　$y = \dfrac{1}{x^2 + 3} - \dfrac{5}{4}$

（2）$y = x + \sin x\ (0 < x < 2\pi)$

[第 2 次導関数]4H1_1 後半

1.　次の関数の増減・極値・凹凸・変曲点を調べてグラフをかけ

(1)　$y = x\log x \ (x > 1)$　4H3 参照

(2)　$y = \dfrac{1}{x^2 - 1}$　4H4 参照

(3)　$y = x\sqrt{4 - x^2} \ (-2 \leqq x \leqq 2)$　4H5 参照

2. 次の関数のグラフの変曲点を求めよ。
　　(分数関数については、漸近線も求めよ。)

(1)　$y = \dfrac{1}{x^2 + 3} - \dfrac{5}{4}$

$$\lim_{x\to\infty} y = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{1}{x^2+3} - \frac{5}{4}\right) = \left(\frac{1}{\infty} - \frac{5}{4} = \right) - \frac{5}{4}$$

$$\to y = -\frac{5}{4}\ (\text{漸近線})$$

$$y' = \frac{-\overbrace{\left(x^2+3\right)'}^{2x}}{\left(x^2+3\right)^2} = \frac{-2x}{\left(x^2+3\right)^2}$$

$$y'' = \frac{\overbrace{(-2x)'}^{-2}\left(x^2+3\right) - 2(-2x)\overbrace{\left(x^2+3\right)'}^{2x}}{\left(x^2+3\right)^3} = \frac{6\left(x^2-1\right) = 0}{\left(x^2+1\right)^3 > 0}$$

$$\to 6\left(x^2-1\right) = 0 \to x^2 = 1 \to \begin{matrix} x = \pm 1 \\ y = -1 \end{matrix}$$

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	1	
y''	$+$	0	$-$	0	$+$
y	下に凸	-1	上に凸	1	下に凸

表より変曲点は $(\pm 1, -1)$

(2)　$y = x + \sin x \ (0 < x < 2\pi)$

$$y' = 1 + \cos x \to y'' = -\sin x = 0 \to \sin x = 0$$

$0 < x < 2\pi$　より　$x = \pi$

x	0	$\cdots$	π	$\cdots$	2π
y''	0	$-$	0	$+$	0
y	0	上に凸	π	下に凸	2π

表より変曲点は (π, π)