[第 2 次導関数]4H1_1 前半

1. 次の関数の第 2 次導関数を求めよ。

(1) $y=(3x-5)^4$

(2) $y=e^{5x^2-2}$

(3) $y=\log(x+1)$

(4) $y=\sin 3x$

[2 次近似]

2. 次の関数の（　）内の値における
　2 次近似式を求めよ。

(1) $f(x)=x^5+1 \ (x=1)$

(2) $f(x)=e^{2x} \ (x=0)$

(3) $f(x)=\log(x+1) \ (x=0)$

[関数のグラフ(増減と凹凸)]

3. 次の関数の増減・極値・凹凸・変曲点を調べて
　グラフをかけ

(1) $y=x^3-3x^2$

(2) $y=\frac{1}{4}x^4-\frac{3}{2}x^2$

[第 2 次導関数]4H1_1 前半

1. 次の関数の第 2 次導関数を求めよ。

(1) $y=(3x-5)^4$

$y'=4(3x-5)^3\cdot 3=12(3x-5)^3$

$y''=3\cdot 12(3x-5)^2\cdot 3=108(3x-5)^2$

(2) $y=e^{5x^2-2}$

$y'=10xe^{5x^2-2}$

$y'=10e^{5x^2-2}+10x\cdot 10xe^{5x^2-2}=10(10x^2+1)e^{5x^2-2}$

(3) $y=\log(x+1)$

$y'=\dfrac{1}{x+1}\quad y''=\dfrac{-1}{(x+1)^2}$

(4) $y=\sin 3x$

$y'=3\cos 3x\quad y'=-9\sin 3x$

[２次近似]

2. 次の関数の（　）内の値における
２次近似式を求めよ。

(1) $f(x)=x^5+1\ (x=1)\quad f'=5x^4, f''=20x^3\rightarrow$

$f(1)=1^5+1=2,\ f'(1)=5\cdot 1^4=5,\ f''(1)=20\cdot 1^3=20$

$f(x)\fallingdotseq f(1)+f'(1)(x-1)+\dfrac{1}{2}f''(1)(x-1)^2$

$f(x)\fallingdotseq 2+5(x-1)+\dfrac{20}{2}(x-1)^2=2+5(x-1)+10(x-1)^2$

(2) $f(x)=e^{2x}\ (x=0)\quad f'=2e^{2x}, f''=4e^{2x}\rightarrow$

$f(0)=e^{2\cdot 0}=e^0=1,\ f'(0)=2\cdot e^0=2,\ f''(0)=4\cdot e^0=4$

$f(x)\fallingdotseq f(0)+f'(0)(x-0)+\dfrac{1}{2}f''(0)(x-0)^2$

$f(x)\fallingdotseq 1+2(x-0)+\dfrac{4}{2}(x-0)^2=1+2x+2x^2$

(3) $f(x)=\log(x+1)\ (x=0)\quad f'=\dfrac{1}{x+1}, f''=\dfrac{-1}{(x+1)^2}\rightarrow$

$f(0)=\log(0+1)=0,\ f'(0)=1,\ f''(0)=-1$

$f\fallingdotseq f(0)+f'(0)(x-0)+\dfrac{1}{2}f''(0)(x-0)^2$

$f(x)\fallingdotseq 0+1\cdot(x-0)+\dfrac{-1}{2}(x-0)^2=x-\dfrac{1}{2}x^2$

[関数のグラフ(増減と凹凸)]

3. 次の関数の増減・極値・凹凸・変曲点を調べて
グラフをかけ

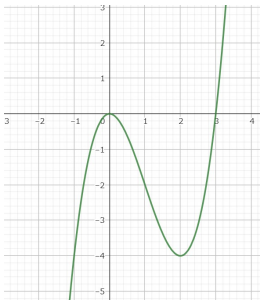
(1) $y=x^3-3x^2$

$y'=3x^2-6x=3x(x-2)=0\rightarrow \begin{matrix} x= & 0, & 2 \\ y= & 0, & -4 \end{matrix}$

$y''=6x-6=6(x-1)=0\rightarrow \begin{matrix} x= & 1 \\ y= & -2 \end{matrix}$

これより増減表を書くと

x	$\cdots$	0	$\cdots$	1	$\cdots$	2	$\cdots$
y'	$+$	0		$-$		0	$+$
y''		$-$		0		$+$	
y	↗	0	↘	-2	↘	-4	↗



極大値 $0\ (x=0)$

極小値 $-2\ (x=2)$

変曲点 $(1,-2)$

(2) $y=\dfrac{1}{4}x^4-\dfrac{3}{2}x^2$

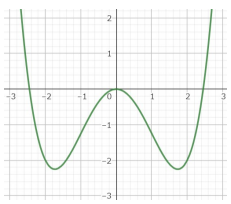
$y'=x^3-3x=x(x^2-3)$

$=x(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})=0\rightarrow \begin{matrix} x= & -\sqrt{3} & 0 & \sqrt{3} \\ y= & \dfrac{-9}{4} & 0 & \dfrac{-9}{4} \end{matrix}$

$y''=3x^2-3=3(x+1)(x-1)=0\rightarrow \begin{matrix} x= & -1 & 1 \\ y= & \dfrac{-5}{4} & \dfrac{-5}{4} \end{matrix}$

これより増減表を書くと

x	$\cdots$	$-\sqrt{3}$	$\cdots$	-1	$\cdots$	0	$\cdots$	1	$\cdots$	$\sqrt{3}$	$\cdots$
y'	$-$	0		$+$		0		$-$		0	$+$
y''		$+$		0		$-$		0		$+$	
y	↘	$\dfrac{-9}{4}$	↗	$\dfrac{-5}{4}$	↗	0	↘	$\dfrac{-5}{4}$	↘	$\dfrac{-9}{4}$	↗



極大値 $0\ (x=0)$

極小値 $\dfrac{-9}{4}\ (x=\pm\sqrt{3})$

変曲点 $\left(\pm 1, \dfrac{-5}{4}\right)$