[直線の方程式] 2H2

1. ２点 A$(1,\ -5,\ 2)$、B$(3,\ -3,\ 5)$ を通る直線の程式を求めよ。

[平面の方程式]

2. 点 A$(1,\ -1,\ 3)$ を通り、直線 $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{-3}$ に垂直な平面の方程式を求めよ。

[外積と平面の方程式]

3. ３点 A$(2,\ 2,\ -2)$，B$(2,\ 3,\ 1)$，C$(5,\ 2,\ -1)$ について、３点 A、B、C を通る平面の法線ベクトル $\vec{n}$ を求めよ。

[点と平面との距離]

4. 点 $(2,\ 1,\ 0)$ と平面 $2x-y+2z+1=0$ との距離 h を求めよ。

[直線と平面の交点]

5. 直線 $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{2}$ と平面 $2x-y+2z+6=0$ との交点 P を求めよ。

[直線の方程式] 2H2

1. ２点 A$(1,\ -5,\ 2)$、B$(3,\ -3,\ 5)$ を通る直線の程式を求めよ。

方向ベクトルは　$\vec{v}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overbrace{\begin{pmatrix}3-1\\-3-(-5)\\5-2\end{pmatrix}}^{B-A}=\begin{pmatrix}2\\2\\3\end{pmatrix}$

で点 A$(1,\ -5,\ 2)$ を通るので、$\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+5}{2}=\dfrac{z-2}{3}$

[平面の方程式]

2. 点 A$(1,\ -1,\ 3)$ を通り、直線 $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{-3}$ に垂直な平面の方程式を求めよ。

直線の方向ベクトルが求める平面の法線ベクトル

$\vec{n}=\begin{pmatrix}3\\2\\-3\end{pmatrix}$ だから、点 A$(1,\ -1,\ 3)$ を通るので、

$3(x-1)+2(y+1)-3(z-3)=0$ より、展開して

$3x+2y-3z+8=0$

[外積と平面の方程式]

3. ３点 A$(2,\ 2,\ -2)$，B$(2,\ 3,\ 1)$，C$(5,\ 2,\ -1)$ について、３点 A、B、C を通る平面の法線ベクトル $\vec{n}$ を求めよ。

$$\vec{n}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}\times\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\overbrace{\begin{pmatrix}2-2\\3-2\\1-(-2)\end{pmatrix}}^{B-A}\times\overbrace{\begin{pmatrix}5-2\\2-2\\-1-(-2)\end{pmatrix}}^{C-A}$$

$$=\begin{pmatrix}0\\1\\3\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}3\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\begin{vmatrix}1&0\\3&1\end{vmatrix}\\-\begin{vmatrix}0&3\\3&1\end{vmatrix}\\\begin{vmatrix}0&3\\1&0\end{vmatrix}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\-(-9)\\-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\9\\-3\end{pmatrix}$$

[点と平面との距離]

4. 点 $(2,\ 1,\ 0)$ と平面 $2x-y+2z+1=0$ との距離 h を求めよ。

点と平面の距離の公式より

$$h=\frac{|2\cdot 2-1+2\cdot 0+1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=\frac{|4|}{\sqrt{9}}=\frac{4}{3}$$

[直線と平面の交点]

5. 直線 $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{2}$ と

平面 $2x-y+2z+6=0$ との交点 P を求めよ。

$\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{2}=t$ とおくと

$x=3t-1,\ y=2t-2,\ z=2t+1\cdots$（＊）より

平面の方程式に代入して

$2(3t-1)-(2t-2)+2(2t+1)+6=0$

$\to 8t+8=0\to t=-1$

これを（＊）に代入して、

$x=3(-1)-1=-4,\ y=2(-1)-2=-4,\ z=2(-1)+1=-1$ より

交点は $\mathrm{P}(-4,-4,-1)$