

問9.1 次の不定積分を求めよ。尚、 C は積分定数とする。

$$(1) \int x \, dx = \frac{1}{2}x^2 + C$$

$$(2) \int \frac{1}{x^2} dx = \int x^{-2} dx = \frac{1}{-1}x^{-1} + C = -\frac{1}{x} + C$$

$$(3) \int \sqrt[3]{x} \, dx = \int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + C = \frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4} + C$$

問9.2 次の不定積分を求めよ。尚、 C は積分定数とする。

$$(1) \int (x-4)(x+3) \, dx = \int (x^2 - x - 12) \, dx = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 12x + C$$

$$(2) \int \left(\sqrt{x} + \frac{2}{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right) dx = \int \left(x^{\frac{1}{2}} + \frac{2}{x} - x^{-\frac{1}{3}} \right) dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 2\log x - \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} + C$$

$$= \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + 2\log x - \frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2} + C \left(= \frac{2}{3}x\sqrt{x} + 2\log x - \frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2} + C \right)$$

$$(3) \int \left(x + \frac{1}{x^2} \right)^2 dx = \int \left(x^2 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^4} \right) dx = \int \left(x^2 + \frac{2}{x} + x^{-4} \right) dx$$

$$= \frac{1}{3}x^3 + 2\log x + \frac{1}{-3}x^{-3} + C = \frac{1}{3}x^3 + 2\log x - \frac{1}{3x^3} + C$$

$$(4) \int (3e^x - 5\cos x) \, dx = 3e^x - 5\sin x + C$$

$$(5) \int \cot^2 x \, dx = \int \left(\frac{1}{\sin^2 x} - 1 \right) dx = -\cot x - x + C$$

[公式] $1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$

$$(6) \int \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x} \, dx = \int \frac{1 - \sin^2 x}{1 + \sin x} \, dx = \int \frac{(1 + \sin x)(1 - \sin x)}{1 + \sin x} \, dx$$

$$= \int (1 - \sin x) \, dx = x + \cos x + C$$