演習　微分２_第05回

学年[２]年　学科[MI・AC・BC]　番号[　　　]　氏名　[　　　　　　　　　]

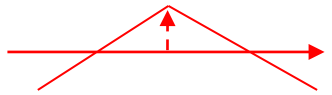
問 7.6　関数 $y=x\sqrt{4-x^2}$ の増減，凹凸，極値，変曲点及び両端の極限等を調べてグラフを描け。

０）定義域を求めよ。

$4-x^2=(2+x)(2-x)\geqq 0$

$\therefore -2\leqq x\leqq 2$

起点： $x=0$ のとき　$4-x^2=4-0=4>0$



１）両端の極限

$\lim_{x\to\pm 2} x\sqrt{4-x^2}=\pm 2\times 0=\pm 0$

[※漸近線ではありませんが，$+0$ は上側から，-0 は下側から近づくを意味する]

２）導関数と第２次導関数

$$y'=1\times\sqrt{4-x^2}+x\times\frac{-2x}{2\sqrt{4-x^2}}=\sqrt{4-x^2}-\frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$=\frac{(\sqrt{4-x^2})^2}{\sqrt{4-x^2}}-\frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}=\frac{(4-x^2)-x^2}{\sqrt{4-x^2}}=\frac{4-2x^2}{\sqrt{4-x^2}}\left[=\frac{2(2-x^2)}{\sqrt{(2+x)(2-x)}}\right]$$

Pick up：分子から　$x=\pm\sqrt{2}$　／　分母から　$x=\pm 2$

$$y''=\frac{-4x\times\sqrt{4-x^2}-(4-2x^2)\times\dfrac{-2x}{2\sqrt{4-x^2}}}{(\sqrt{4-x^2})^2}=\frac{-4x\sqrt{4-x^2}+(4-2x^2)\times\dfrac{x}{\sqrt{4-x^2}}}{(\sqrt{4-x^2})^2}$$

$$=\frac{-4x(4-x^2)+x(4-2x^2)}{(\sqrt{4-x^2})^3}=\frac{-16x+4x^3+4x-2x^3}{(\sqrt{4-x^2})^3}$$

$$=\frac{2x^3-12x}{(\sqrt{4-x^2})^3}\left[=\frac{2x(x^2-6)}{\sqrt{(2+x)^3(2-x)^3}}\right]$$

Pick up：分子から　$x=0,\ \pm\sqrt{6}$

[※但し，$x=\pm\sqrt{6}$ は定義域 $-2\leqq x\leqq 2$ の外側]

分母から　$x=\pm 2$

[※３重解(奇数個の重解)の場合は，１個として取り扱う]

裏面にもあります。

３）増減・凹凸表

x	-2	$\cdots$	$-\sqrt{2}$	$\cdots$	0	$\cdots$	$\sqrt{2}$	$\cdots$	2
y'		$-$	0		$+$		0	$-$	
y''			$+$		0		$-$		
y	-0	↘	-2 極小	↗	0 変曲点	↗	2 極大	↘	$+0$

４）グラフ