

問7.5 関数 $y = \frac{1}{x^2 - 1}$ の増減, 凹凸, 極値, 変曲点及び両端の極限等を調べて

グラフを描け。

1) 両端の極限

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x^2 - 1} = \frac{1}{+\infty} = +0 \quad [\text{※不定形ではないのでロピタルの定理を使う必要はない}]$$

2) 導関数と第2次導関数

$$y' = -\frac{2x}{(x^2 - 1)^2} \left(= \frac{-2x}{\{(x+1)(x-1)\}^2} = \frac{-2x}{(x+1)^2(x-1)^2} \right)$$





Pick up : 分子から $x=0$ / 分母から なし [2重解]

$$y'' = \frac{-2 \times (x^2 - 1)^2 + 2x \times \{2(x^2 - 1) \times 2x\}}{(x^2 - 1)^4}$$

$$= \frac{-2(x^2 - 1) + 8x^2}{(x^2 - 1)^3} = \frac{6x^2 + 2}{(x^2 - 1)^3} = \frac{2(3x^2 + 1)}{(x+1)^3(x-1)^3}$$

Pick up : 分子から なし [虚数解] / 分母から $x = \pm 1$ [3重解]

3) 増減・凹凸表

x	$-\infty$...	-1	...	0	...	1	...	$+\infty$
y'	/	+			0	-			/
y''	/	+	/	-			/	+	/
y	+0				-1 極大				+0

4) グラフ

