

問7.4 関数  $y = x \log x$  ( $x > 0$ ) の増減, 凹凸, 極値, 変曲点及び両端の極限等を調べてグラフを描け。

1) 両端の極限を調べる。

$$\text{[左端]} \lim_{x \rightarrow +0} y = \lim_{x \rightarrow +0} x \log x = \lim_{x \rightarrow +0} \frac{\log x}{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow +0} \frac{-\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow +0} (-x) = -0$$

$$\text{[右端]} \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \log x = (+\infty) \times \log(+\infty) = (+\infty) \times (+\infty) = +\infty$$

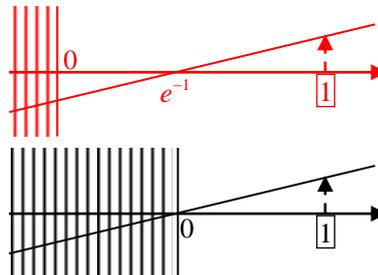
2) 導関数と第2次導関数を求める。

起点:  $x=1$  のとき  $y' = \log 1 + 1 = 1 > 0$

$$\text{【導関数】 } y' = 1 \times \log x + x \times \frac{1}{x} = \log x + 1$$

$$\log x + 1 = 0 \Rightarrow \log x = -1 = -\log e = \log e^{-1} \\ \therefore x = e^{-1}$$

$$\text{【第2次導関数】 } y'' = \frac{1}{x} \quad (\rightarrow \text{Pick up : } x=0)$$



【※次回の内容ですが, 実は分母を0にする点も Pick up する必要あり】

3) 増減・凹凸表を作成する。

$x$	0	...	$e^{-1}$	...	$+\infty$
$y'$	/	-	0	+	/
$y''$	/	+			/
$y$	-0	↘	$-e^{-1}$ 極小	↗	$+\infty$

※概数計算  
 $e = 2.71 \dots \doteq 3$   
 $e^{-1} = \frac{1}{e} \doteq \frac{1}{3}$

$$x = e^{-1} \text{ のとき } y = e^{-1} \log e^{-1} = e^{-1} \times (-\log e) = e^{-1} \times (-1) = -e^{-1}$$

4) グラフを描く

