演習　空間図形_第 05 回

学年[2]年　学科[MI・AC・BC]　番号[　　　　]　氏名 [　　　　　　　　　　　　　]

問 8.14　２点 A(1, 4, −1)，B(4, 3, 3) を通る直線の方程式を求めよ。

通る点 A(1, 4, −1) で，

方向ベクトル　$\vec{v}=\overrightarrow{AB}=\vec{b}-\vec{a}=\begin{pmatrix}4\\3\\3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1\\4\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\-1\\4\end{pmatrix}$ の

直線の方程式は　$\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-4}{-1}=\dfrac{z+1}{4}$

問 8.15　３点 A(−1, −2, 5)，B(3, 1, −5)，C(3, −2, 1) を通る平面の方程式を求めよ。

平面上の２つのベクトルを求める。

$$\overrightarrow{AB}=\vec{b}-\vec{a}=\begin{pmatrix}3\\1\\-5\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-1\\-2\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\3\\-10\end{pmatrix},\quad \overrightarrow{AC}=\vec{c}-\vec{a}=\begin{pmatrix}3\\-2\\1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-1\\-2\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\0\\-4\end{pmatrix}$$

平面の法線ベクトルを $\vec{n}=\begin{pmatrix}n_1\\n_2\\1\end{pmatrix}$ とおくと，

$\vec{n}\perp\overrightarrow{AB}\quad\Rightarrow\quad\vec{n}\cdot\overrightarrow{AB}=0$　より　$4n_1+3n_2-10=0\cdots$①

$\vec{n}\perp\overrightarrow{AC}\quad\Rightarrow\quad\vec{n}\cdot\overrightarrow{AC}=0$　より　$4n_1-4=0\cdots$②

②より　$n_1=1$

①より　$4+3n_2-10=0\quad\Rightarrow\quad 3n_2-6=0\qquad\therefore n_2=2$

よって，点 A を通り，法線ベクトル $\vec{n}$ の平面の方程式は

$$(x+1)+2(y+2)+(z-5)=0$$
$$x+1+2y+4+z-5=0$$
$$\therefore x+2y+z=0$$

問 8.16　２つのベクトル　$\vec{a}=\begin{pmatrix}-5\\1\\1\end{pmatrix}$，$\vec{b}=\begin{pmatrix}4\\-2\\5\end{pmatrix}$　の外積　$\vec{a}\times\vec{b}$　を求めよ。

$$\vec{a}\times\vec{b}={}^t\left(\begin{vmatrix}1&-2\\1&5\end{vmatrix}\quad\begin{vmatrix}1&5\\-5&4\end{vmatrix}\quad\begin{vmatrix}-5&4\\1&-2\end{vmatrix}\right)=\begin{pmatrix}5-(-2)\\4-(-25)\\10-4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\\29\\6\end{pmatrix}$$