

問 8.11 点 A(-1, 4, 1) と直線 $l : x+4 = \frac{y-5}{-5} = \frac{z-3}{4}$ について、次の問いに答えよ。

(1) 直線 l の方向ベクトル \vec{v} の 1 つを求めよ。

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

(2) 点 A を通り、直線 l に平行な直線の方程式を求めよ。

求める直線の方向ベクトルは、直線 l の方向ベクトルと同じなので

$$x+1 = \frac{y-4}{-5} = \frac{z-1}{4}$$

(3) 点 A を通り、直線 l に垂直な平面の方程式を求めよ。

求める平面の法線ベクトルは、直線 l の方向ベクトルと同じなので

$$(x+1) - 5(y-4) + 4(z-1) = 0$$

$$x+1-5y+20+4z-4=0 \quad \therefore x-5y+4z+17=0$$

問 8.12 直線 $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{5}$ と平面 $4x+5y+3z-18=0$ との交点の座標を求めよ。

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{5} = s \text{ とおく。}$$

$$\text{直線の媒介変数表示は } \begin{cases} x=2s+1 \\ y=-3s-1 \\ z=5s+1 \end{cases} \cdots \textcircled{1}$$

これらを、平面の方程式に代入すると

$$4(2s+1) + 5(-3s-1) + 3(5s+1) - 18 = 0$$

$$8s+4-15s-5+15s+3-18=0$$

$$8s-16=0 \quad \therefore s=2$$

よって、交点の座標は ①より $(x, y, z) = (5, -7, 11)$

問 8.13 点 (-1, 3, 2) と平面 $3x-2y+3z+5=0$ との距離 h を求めよ。

$$h = \frac{|-3-6+6+5|}{\sqrt{9+4+9}} = \frac{|2|}{\sqrt{22}} = \frac{2\sqrt{22}}{22} = \frac{\sqrt{22}}{11}$$