

問 8.8 $\vec{a} = \begin{pmatrix} x \\ x \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} x \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ が直交するように定数 x の値を定めよ。

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$\text{よって } x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x-1)(x-2) = 0 \quad \therefore x = 1, 2$$

問 8.9 次の問いに答えよ。

(1) 点 A(3, 1, -3) を通り, 法線ベクトルが $\vec{n} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}$ である平面の方程式を求めよ。

$$5(x-3) - 4(y-1) + 3(z+3) = 0$$

$$5x - 15 - 4y + 4 + 3z + 9 = 0$$

$$\therefore 5x - 4y + 3z - 2 = 0$$

(2) 平面 $2x - y + 4z - 3 = 0$ の法線ベクトル \vec{n} を一つ求めよ。

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

問 8.10 次の問いに答えよ。

(1) 点 (2, 5, -1) を中心とする, 半径 3 の球面の方程式の標準形と一般形を求めよ。

$$(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z+1)^2 = 9 \quad ; \text{標準形}$$

$$(x^2 - 4x + 4) + (y^2 - 10y + 25) + (z^2 + 2z + 1) = 9$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 10y + 2z + 21 = 0 \quad ; \text{一般形}$$

(2) 方程式 $x^2 + y^2 + z^2 - 3x + 4y - 5z + 2 = 0$ が表す球面の中心の座標と半径 r を求めよ。

$$x^2 + y^2 + z^2 - 3x + 4y - 5z + 2 = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + (y+2)^2 - 4 + \left(z - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} + 2 = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (y+2)^2 + \left(z - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{42}{4}$$

$$\text{(答) 中心 } \left(\frac{3}{2}, -2, \frac{5}{2}\right), \text{ 半径 } r = \frac{\sqrt{42}}{2}$$