

問 8.5 2点 A(3, -2, 4), B(-2, 1, 2) において, 次の点を求めよ。

(1) 線分 AB を 1:3 に内分する点 P の座標を求めよ。

$$\vec{p} = \frac{3\vec{a} + \vec{b}}{1+3} = \frac{1}{4} \left\{ 3 \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\} = \frac{1}{4} \left\{ \begin{pmatrix} 9 \\ -6 \\ 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 7 \\ -5 \\ 14 \end{pmatrix} \quad (\text{答}) \text{ P} \left(\frac{7}{4}, -\frac{5}{4}, \frac{7}{2} \right)$$

(2) 線分 AB を 3:2 に外分する点 Q の座標を求めよ。

$$\vec{q} = \frac{(-2)\vec{a} + 3\vec{b}}{3+(-2)} = \frac{1}{1} \left\{ -2 \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\} = \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \\ -8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ 7 \\ -2 \end{pmatrix} \quad (\text{答}) \text{ Q}(-12, 7, -2)$$

問 8.6 $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ y \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 8 \end{pmatrix}$ が平行であるように定数 x, y の値を定めよ。

$$\vec{a} // \vec{b} \Leftrightarrow \vec{b} = s\vec{a} \quad (s \text{ は実数})$$

$$\text{よって } \begin{pmatrix} x \\ y \\ 8 \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ y \end{pmatrix} \quad \text{より} \quad \begin{cases} x = s \cdots \text{①} \\ y = sx \cdots \text{②} \\ 8 = sy \cdots \text{③} \end{cases}$$

$$\text{①を②に代入 } y = s^2 \cdots \text{④}$$

$$\text{④を③より } 8 = s^3 \quad \therefore s = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$$

$$\text{①と④より } x = 2, y = 4$$

問 8.7 次の問いに答えよ。

(1) 点 A(4, -5, 3) を通り, 方向ベクトル $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ -3 \end{pmatrix}$ に平行な直線の方程式を求めよ。

$$x - 4 = \frac{y + 5}{-5} = \frac{z - 3}{-3}$$

(2) 方程式 $\frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{4} = z-3$ が表す図形について述べよ。

点 (-1, 4, 3) を通り, 方向ベクトル $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ に平行な直線