

### § 3 最大・最小

#### 3.1 例題

例題 次の関数の ( ) 内で指定された区間における最大値と最小値を求めよ。

(1)  $y = 2x^3 - 3x^2$  ( $0 \leq x \leq 3$ )

(2)  $y = xe^x$  ( $-2 \leq x \leq 2$ )

[解法] ①微分を行い,  $y' = 0$  となる点を Pick up する。

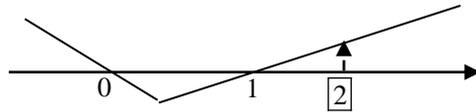
[ジグザグを描き,  $y'$  の符号の変化(増減表 2 行目)を確認する]

②増減表を作成し, 最大値と最小値を見極める。

[解答] 微分する  $y = 2x^3 - 3x^2$  より  $y' = 6x^2 - 6x = 6x(x-1)$

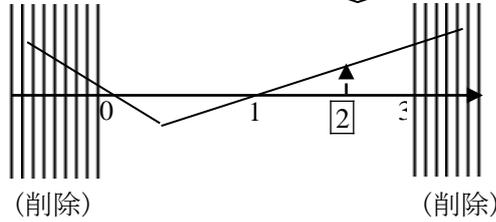
Pick up  $x = 0, 1$

ジグザク 起点:  $x = 2$  のとき  $y' = 6 \times 2 \times 1 = 12 > 0$  (上側)



**NEW**

区間  $0 \leq x \leq 3$  の情報を組み込む



(削除)

(削除)

[ 必要な部分(指定された区間)以外は  
取り扱わないので, 削除します。 ]

(前回までの) 増減表

$x$	...	0	...	1	...
$y'$	+	0	-	0	+
$y$	↗	0 極大	↘	-1 極小	↗

**NEW** 指定区間以外は削除

$x$	0	...	1	...	3
$y'$	/	-	0	+	/
$y$	0	↘	-1 極小	↗	27

[ 指定区間(今回は  $0 \leq x \leq 3$ )における増減表を作成する。  
○両端の 2 行目は必ず斜線(/),  
○両端の 3 行目は値のみ(極大極小は記入しない) ]

増減表 3 行目から, 最大最小を見極める。また, その時の  $x$  の値も述べる。

(答) 最大値  $y = 27$  ( $x = 3$  のとき), 最小値  $y = -1$  ( $x = 1$  のとき)

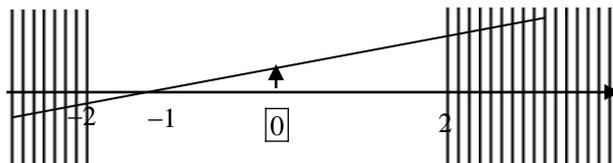
(2)  $y = xe^x$  ( $-2 \leq x \leq 2$ ) より

微分  $y' = 1 \times e^x + x \times e^x = (x+1)e^x$  : 積の微分

Pick up  $(x+1)e^x = 0 \Rightarrow x+1=0, e^x=0$   
 $\therefore x=-1$   $\therefore$  解なし

[指数関数  $e^x$  は常に正值 ( $e^x > 0$ ) なので,  $e^x = 0$  の解は存在しない]

ジグザグ 起点:  $x=0$  のとき  $y' = 1 \times e^0 = 1 > 0$  (上側)



増減表

$x$	-2	...	-1	...	2
$y'$	/	-	0	+	/
$y$	$-2e^{-2}$	↘	$-e^{-1}$ 極小	↗	$2e^2$

(答) 最大値  $y = 2e^2$  ( $x=2$  のとき)

最小値  $y = -e^{-1}$  ( $x=-1$  のとき)

問 5.4 次の関数の ( ) 内で指定された区間における最大値と最小値を求めよ。

(1)  $y = x \log x$  ( $1 \leq x \leq e$ )      (2)  $y = x - 2 \sin x$  ( $0 \leq x \leq 2\pi$ )

[※Hint(復習)を次の頁に掲載しています]

【補足：増減表】

「グラフを描け」の場合の増減表 「...」から始まり「...」で終る

$x$	...		...
$y'$			
$y$			

「最大・最小」の場合の増減表 指定区間の「 $a$ 」から始まり「 $b$ 」で終る

$x$	$a$		$b$
$y'$	/		/
$y$			

← 2行目の両端は斜線

← 3行目の両端は数値のみ

問 5.4 に関する予備知識(復習)

○ 「対数方程式」は、「対数表記」を「指数表記」に直して解く。

「指数表記」  $M = e^m \iff$  「対数表記」  $\log M = m$

A) 形式的には、次の様にしても求められます。

「対数表記」から「指数表記」へは両辺に対数(log)をとる。

$$M = e^m \implies \log M = \log e^m = m \log e = m$$

「指数表記」から「対数表記」へは、(公式)  $\log e = 1$  を利用する

$$\log M = m = m \log e = \log e^m \implies M = e^m$$

B) 早覚えとしては

(右辺の)指数  $e$  が消滅すると、(左辺に)対数  $\log$  が復活する。

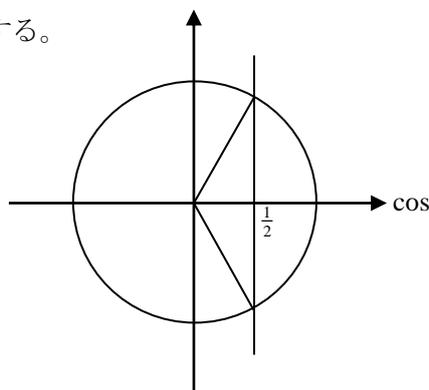
(左辺の)対数  $\log$  が消滅すると、(右辺に)指数  $e$  が復活する。

【逆関数の関係】  $y = f(x) \iff f^{-1}(y) = x$

○ 「三角方程式」の解法は、単位円を利用する。

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

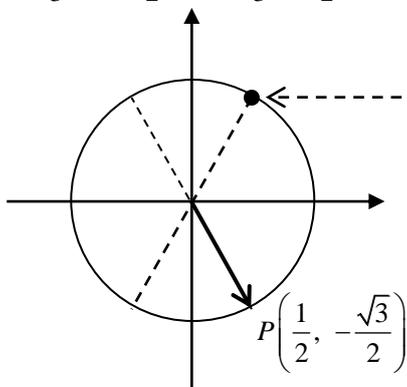
$$\therefore x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$$



○ 三角関数[一般角の値]

$$\sin \frac{5\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos \frac{5\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

【三角関数の値】



$\theta$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0