

例題[応用] 極限  $\lim_{x \rightarrow +0} x \log x$  を求めよ。 [微分\_第 03 回参照 :  $\lim_{x \rightarrow +0} \log x = -\infty$ ]

[解法] 単純に代入して計算すると  $\lim_{x \rightarrow +0} x \log x = (+0) \times (-\infty)$  (不定形)

この場合は  $\lim f(x)g(x) = \lim \frac{f(x)}{\frac{1}{g(x)}}$  (又は  $= \lim \frac{g(x)}{\frac{1}{f(x)}}$ ) と変形

[解答]  $\lim_{x \rightarrow +0} x \log x = \lim_{x \rightarrow +0} \frac{\log x}{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow +0} \frac{x}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow +0} (-x) = -0$  (収束)

5 次の極限を求めよ。

(1)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^{11} + 1}{x^3 + x^2 + x + 1}$

(2)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + x^2 + x + 1}{e^x}$

(3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 2x^2 - \cos 2x}{x^4}$

(4)[応用]  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x$

[微分\_第 04 回参照 : ①  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = e^{+\infty} = +\infty$  ②  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = e^{-\infty} = \frac{1}{e^{+\infty}} = +0$ ]

=====  
 (1)  $\frac{11}{2}$  (収束) (2)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6}{e^x} = +0$  (収束) (3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-16 \cos 2x}{24} = -\frac{2}{3}$  (収束)

(4)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\frac{1}{e^x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{e^{-x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-e^{\frac{1}{x}}} = \frac{1}{-\infty} = -0$  (収束)