演習　微分_第 04 回

学年[2]年　学科[MI・AC・BC]　番号[　　　　]　氏名 [　　　　　　　　　　]

問 4. 4　次の関数の導関数を，対数微分法を用いて求めよ。

(1) $y=(2x+1)^3(4x-1)^2$ …①

対数をとると　$\log y=\log(2x+1)^3(4x-1)^2$

$=\log(2x+1)^3+\log(4x-1)^2$　[性質：$\log PQ=\log P+\log Q$]

$=3\log(2x+1)+2\log(4x-1)$　[性質：$\log P^k=k\log P$]

微分すると　$\dfrac{y'}{y}=3\times\dfrac{2}{2x+1}+2\times\dfrac{4}{4x-1}$　[微分：$\{\log f(x)\}'=\dfrac{f'(x)}{f(x)}$]

$=\dfrac{6(4x-1)+8(2x+1)}{(2x+1)(4x-1)}=\dfrac{24x-6+16x+8}{(2x+1)(4x-1)}=\dfrac{40x+2}{(2x+1)(4x-1)}$

よって，①より　$y'=\dfrac{2(20x+1)}{(2x+1)(4x-1)}\times(2x+1)^3(4x-1)^2=2(20x+1)(2x+1)^2(4x-1)$

(2) $y=\dfrac{(2x+1)^3}{(4x-1)^2}$ …①

対数をとると　$\log y=\log\dfrac{(2x+1)^3}{(4x-1)^2}$　[性質：$\log\dfrac{P}{Q}=\log P-\log Q$]

$=\log(2x+1)^3-\log(4x-1)^2=3\log(2x+1)-2\log(4x-1)$

微分すると　$\dfrac{y'}{y}=3\times\dfrac{2}{2x+1}-2\times\dfrac{4}{4x-1}$

$=\dfrac{6(4x-1)-8(2x+1)}{(2x+1)(4x-1)}=\dfrac{24x-6-16x-8}{(2x+1)(4x-1)}=\dfrac{8x-14}{(2x+1)(4x-1)}$

よって，①より　$y'=\dfrac{2(4x-7)}{(2x+1)(4x-1)}\times\dfrac{(2x+1)^3}{(4x-1)^2}=\dfrac{2(4x-7)(2x+1)^2}{(4x-1)^3}$

問 4. 5　次の関数を微分せよ。

(1) $y=3^{2x+1}$　　$y'=2\cdot3^{2x+1}\cdot\log3$

(2) $y=e^{x^2-3x-2}$　　$y'=(2x-3)e^{x^2-3x-2}$

(3) $y=(x-1)e^{3x}$　　$y'=1\times e^{3x}+(x-1)\times3e^{3x}=(3x-2)e^{3x}$

(4) $y=\dfrac{\log x}{e^x}$　　$y'=\dfrac{\frac{1}{x}\times e^x-\log x\times e^x}{(e^x)^2}=\dfrac{\frac{1}{x}-\log x}{e^x}=\dfrac{1-x\log x}{xe^x}$

(5) $y=(e^x+e^{-x})^2$　　$y'=2(e^x+e^{-x})(e^x-e^{-x})=2(e^{2x}-e^{-2x})$　[指数法則：$(a^m)^n=a^{mn}$]

（詳細：$y=u^2$　$(u=e^x+e^{-x})$　⇒　$y=2uu'$）