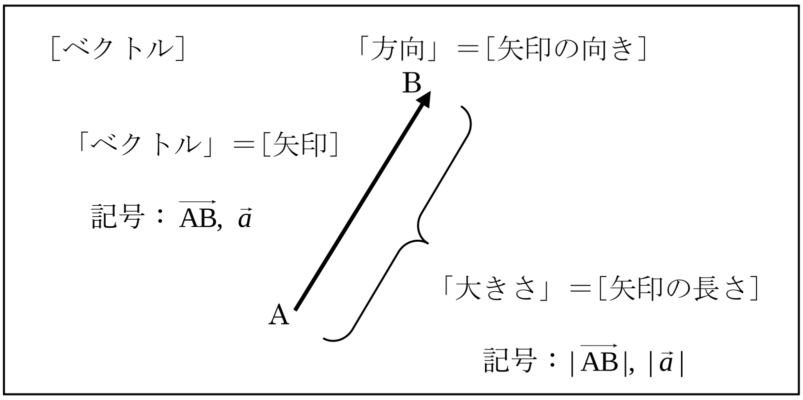
# 第６章　ベクトル

## §１　ベクトル

### 1.1　ベクトル

ベクトルとは？

「方向」と「大きさ」の２つの概念を持つものを**ベクトル**と言い，
通常，ベクトルは[矢印]を用いて表現されます。
　１）「方向」は[矢印の向き]で表し，
　２）「大きさ」は[矢印の長さ]で表します。




【記号の設定】
○矢印の[矢尻]A を**始点**といい，[矢先]B を**終点**という。
○矢印の始点A と終点B を用い，上部に矢印を書いて
　ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と表記する。
○あるいは，アルファベットの小文字を用いて
　ベクトルに，$\vec{a}$ という表記を割りあてます。

[ベクトル記号]　$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$　または　$\vec{a}$

○ベクトルの大きさ(＝矢印の長さ)を，

[大きさの記号]　$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|$　または　$|\vec{a}|$

により表記します。絶対値と間違わないでくださいね。

## 1.2　特殊なベクトル

特殊なベクトルを２つ紹介します。

１）大きさが０であるベクトルを，**零ベクトル**という。

［零ベクトル(記号)］　$\vec{o}\left(=\overrightarrow{\mathrm{AA}}\right)$　：始点と終点が同じ状況

（アルファベット小文字の $o$ を用いる）

２）大きさが１であるベクトルを，**単位ベクトル**という。

［単位ベクトル(記号)］　$\vec{e}$

（アルファベット小文字の $e$ を用いる）

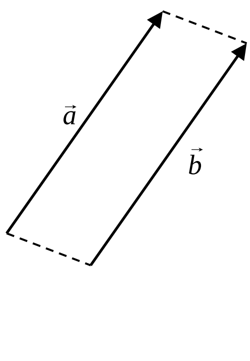
【注意】次の公式が成り立つ。
(1)　$|\vec{o}|=0$　　(2)　$|\vec{e}|=1$

## 1.3　ベクトルの相等

相等とは？

「相等」とは，２つのものが同じであるという意味です。
２つのベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ が**等しい**(記号：$\vec{a}=\vec{b}$)とは，
ベクトルが持つ２つの概念「方向」と「大きさ」が
共に同じであること意味します。

［相等］　$\vec{a}=\vec{b}$　⇔　①同じ方向　&　②同じ大きさ$(|\vec{a}|=|\vec{b}|)$




※平行移動によって重ねることができる２つの矢印(ベクトル)は等しいものとします。

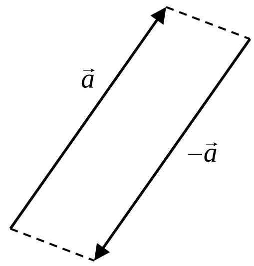
## 1.4　逆ベクトル

逆ベクトルとは？

ベクトル$\vec{a}$ に対して，「逆向き」で「同じ大きさ」である
ベクトルを，**逆ベクトル**と言います。

［逆ベクトル(記号)］　$-\vec{a}$

（※「マイナス記号」を付ける）

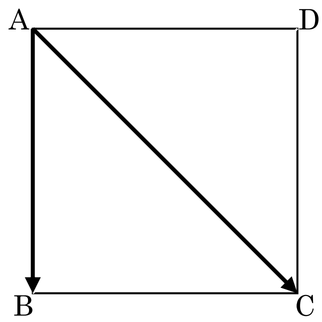



始点 A と終点 B を用いる場合は
次の関係式が成り立ちます。

［逆ベクトル］　$\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$

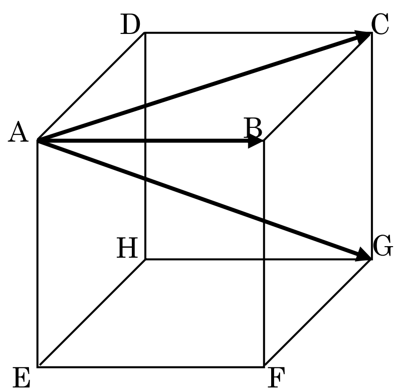
【注意】大きさは同じなので，
次の式が成り立ちます。
$|\vec{a}| = |-\vec{a}|$

例題　右の図は，１辺の長さが１である
正方形 ABCD である。
このとき，次の問いに答えよ。
(1)　$\overrightarrow{AB}$ と等しいベクトルをすべて求めよ。
(2)　$\overrightarrow{AB}$ の逆ベクトルと等しいベクトルを
すべて求めよ。
(3)　大きさ$|\overrightarrow{AC}|$を求めよ。




［解答］(1)　$\overrightarrow{DC}$
(2)　$\overrightarrow{BA}$，$\overrightarrow{CD}$
(3)　$|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{2}$
（理由：△ABC は直角三角形だから　$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 1^2 + 1^2 = 2$）

**問 6.1**　右の図は，１辺の長さが１である
立方体 ABCD-EFGH である。
このとき，次の問いに答えよ。
(1)　$\overrightarrow{AB}$ と等しいベクトルをすべて求めよ。
(2)　$\overrightarrow{AC}$ の逆ベクトルと等しいベクトルを
すべて求めよ。
(3)　大きさ$|\overrightarrow{AG}|$を求めよ。



## 1.5　ベクトルと実数との積

実数との積とは？

ベクトル $\vec{a}$ [上部に矢印表記あり]と，

　実数 $k$ [上部に矢印表記なし]を準備します。

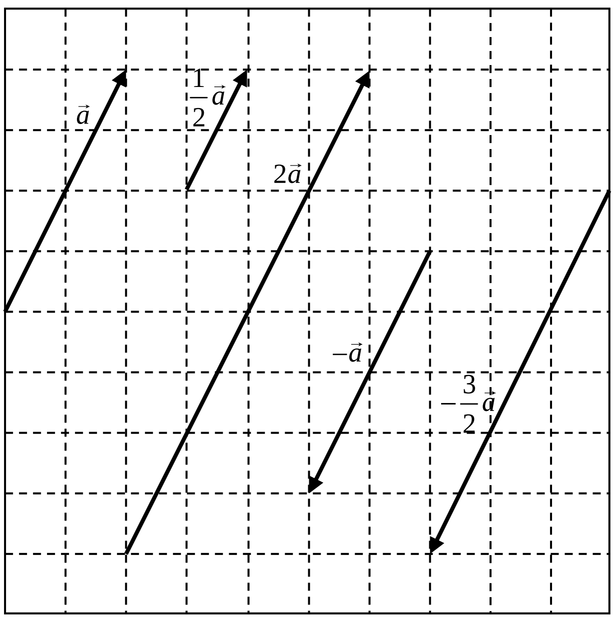
このとき，$k\vec{a}$ で表されるものを**ベクトルと実数との積**と言います。

［実数との積(記号)］　$k\vec{a}$

ベクトル $\vec{a}$ を表す「矢印」の長さを $|k|$ 倍にします。

但し，$k<0$ の場合は，逆向きにすることにします。

例）




【注意】ベクトルと実数を区別すること！

①ベクトルを表記するときは，

必ず，上部に矢印(→)を付けてください。

表記がないものは，実数となります！！

$\vec{a}$　　$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$

②同じ記号だけど，区別は容易です。

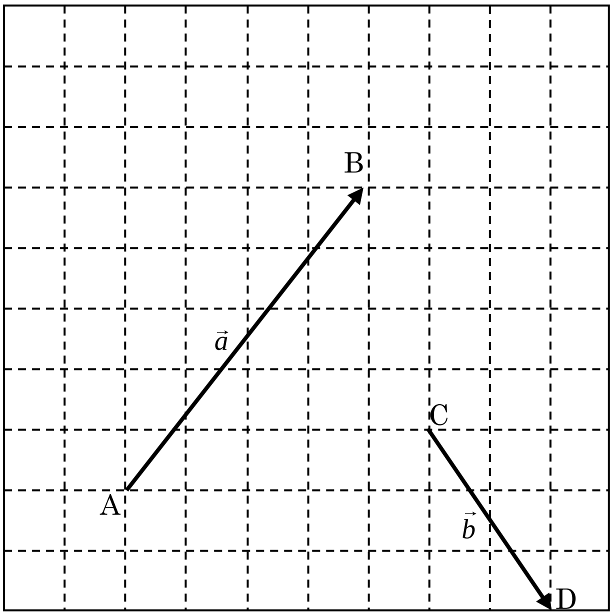
$|\vec{a}|$　：中身がベクトルなので「大きさ」

$|k|$　：中身が実数なので「絶対値」

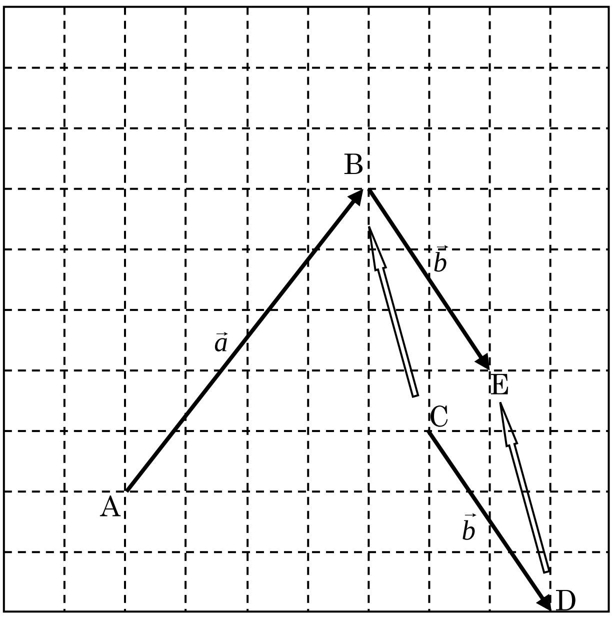
## 1.6　ベクトルの和

ベクトルの和を導入します。

２つのベクトル$\vec{a}$, $\vec{b}$　の和$\vec{a}+\vec{b}$を導入(定義)します



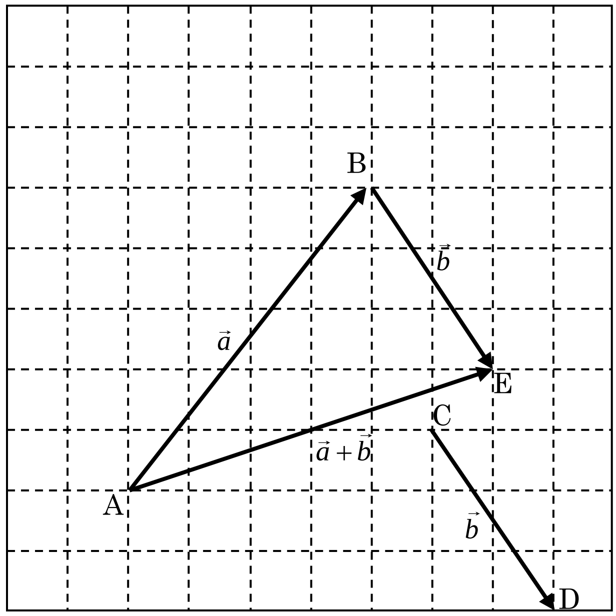

作業１）$\vec{b}$の始点 C が$\vec{a}$の終点 B と重なるように平行移動させます。
[２つのベクトル$\vec{a}$, $\vec{b}$がつながるようにする]
このとき，$\vec{b}$の終点を E とする。



作業２）ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AE}}$ を書き込む。

このベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AE}}$ が，２つのベクトルの和となる。

つまり　$\overrightarrow{\mathrm{AE}} = \overrightarrow{\mathrm{A}\boxed{\mathrm{B}}} + \overrightarrow{\boxed{\mathrm{B}}\mathrm{E}} = \vec{a} + \vec{b}$

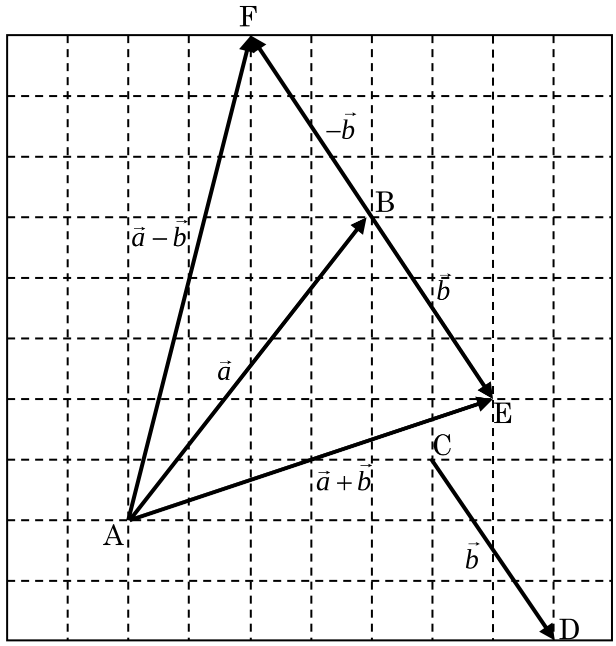



## 1.7　ベクトルの差

ベクトルの差を導入します。

２つのベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ の差 $\vec{a}-\vec{b}$ を導入(定義)します。

差 $\vec{a}-\vec{b}$ は，「$\vec{a}$」と「$\vec{b}$ の逆ベクトル」の和 $\vec{a}+(-\vec{b})$ として考えます。

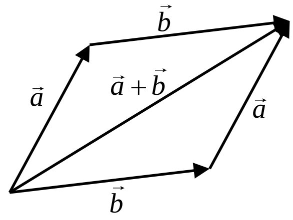


＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝

【研究：３項目】

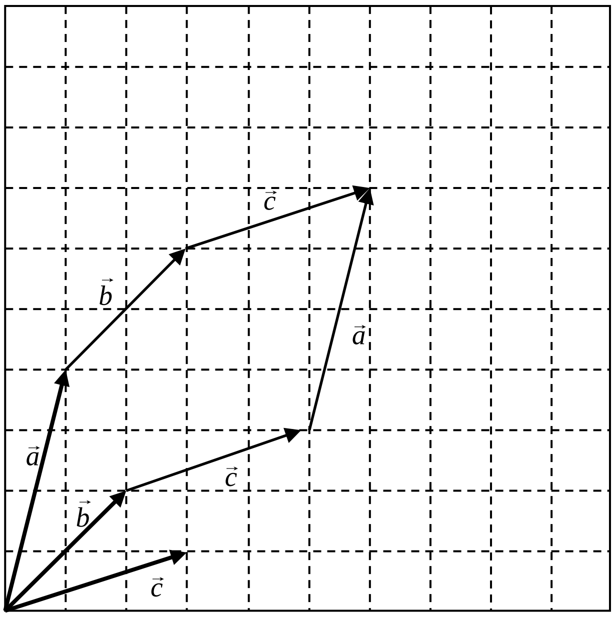
１）交換法則が成り立つ

［交換法則］　$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$

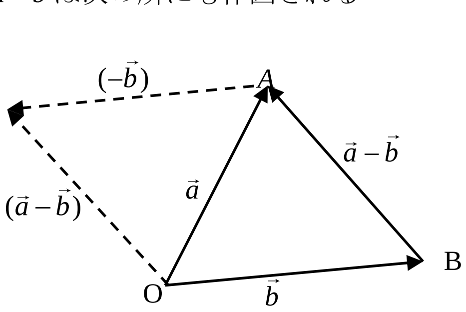



２）結合法則が成り立つ　［結合法則］　$(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$

※これは，矢印のつなぎ方の順番によらないことを意味する
つまり　$\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$ の順でつないでも　$\vec{b},\ \vec{c},\ \vec{a}$ の順につないでも
結果は同じであることを述べている




３）差 $\vec{a}-\vec{b}$ は次の所にも作図される




$$\overrightarrow{\mathrm{BA}}=\overrightarrow{\mathrm{BO}}+\overrightarrow{\mathrm{OA}}$$
$$=-\vec{b}+\vec{a}$$
$$=\vec{a}-\vec{b}$$

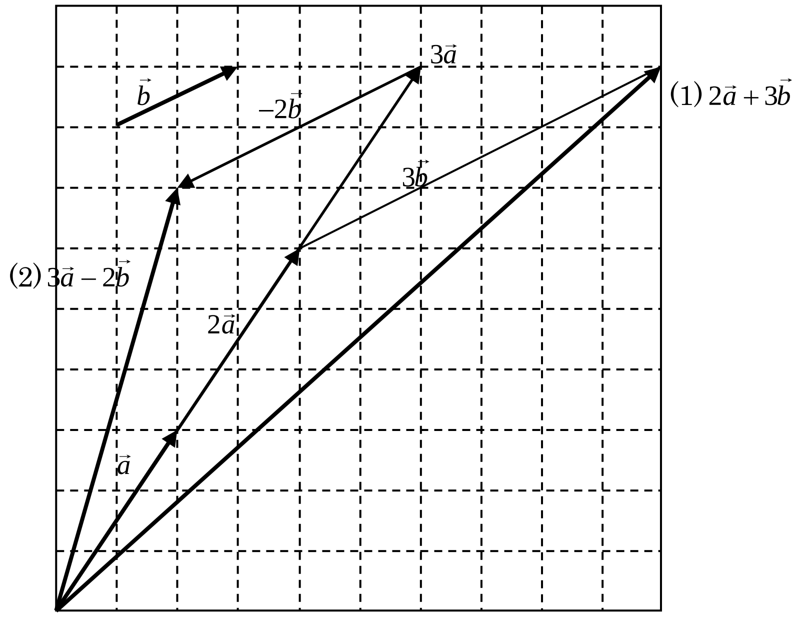
＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝＝

## 1.8　例題

例題　２つのベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ について，次のベクトルを作図せよ。

(1)　$2\vec{a}+3\vec{b}$　　　　(2)　$3\vec{a}-2\vec{b}$

［解答］




**問 6.2**　２つのベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ について，次のベクトルを作図せよ。

(1)　$2\vec{a}+\vec{b}$　　　　(2)　$\vec{a}-2\vec{b}$

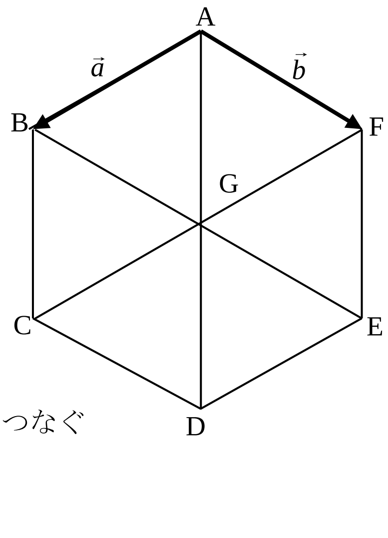
例題　右図のような正六角形において

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{AF}}=\vec{b}$

とするとき，次のベクトルを

$\vec{a}$, $\vec{b}$ で表せ。

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{FC}}$　(2)　$\overrightarrow{\mathrm{AE}}$　(3)　$\overrightarrow{\mathrm{BF}}$




［解法］等しいベクトルを見つけよ。

$$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{FG}}=\overrightarrow{\mathrm{GC}}=\overrightarrow{\mathrm{ED}}$$
$$\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{AF}}=\overrightarrow{\mathrm{BG}}=\overrightarrow{\mathrm{GE}}=\overrightarrow{\mathrm{CD}}$$

与えられたベクトルの始点から終点を順番につなぐ

［解答］(1)　$\overrightarrow{\mathrm{FC}}=2\vec{a}$

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{AE}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BE}}=\vec{a}+2\vec{b}$

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{BF}}=\overrightarrow{\mathrm{BG}}+\overrightarrow{\mathrm{GF}}=\vec{b}-\vec{a}$

**問 6.3**　上の例題と同じ条件で，次のベクトルを $\vec{a}$, $\vec{b}$ で表せ。

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{EB}}$　(2)　$\overrightarrow{\mathrm{FD}}$　(3)　$\overrightarrow{\mathrm{AD}}$