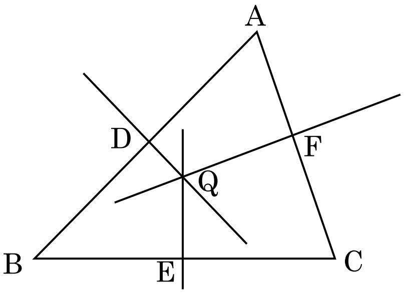
課題　ベクトル_第 06 回

学年[2]年　学科[MI・AC・BC]　番号[　　　]　氏名　[　　　　　　　　　　]

14　3点 A(2, 6)，B(4, 2)，C(6, 4) を頂点とする△ABC の外心の座標を，次の指示に従い求めよ。また，外接円の方程式を求めよ。



(1) 線分 AB の垂直２等分線の方程式を求めよ。

①法線ベクトル　$\overrightarrow{AB}=\vec{b}-\vec{a}=\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2\\6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-4\end{pmatrix}$

②線分 AB の中点 D　$\vec{d}=\dfrac{1}{2}\left\{\begin{pmatrix}2\\6\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}\right\}=\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$

③垂直２等分線　$2(x-3)-4(y-4)=0$

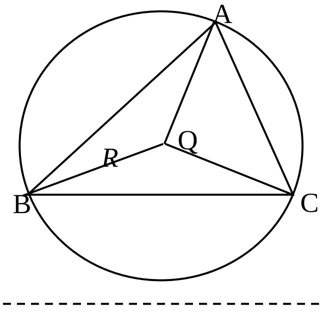
$2x-4y+10=0$　　$\therefore x-2y+5=0$

(2) 線分 BC の垂直２等分線の方程式を求めよ。[線分 BC の中点は E とする]

(3) △ABC の外心 Q の座標を求めよ。

(4) 外接円の方程式を求めよ。（Hint：半径 R は大きさ $|\overrightarrow{BQ}|$ で求められる）

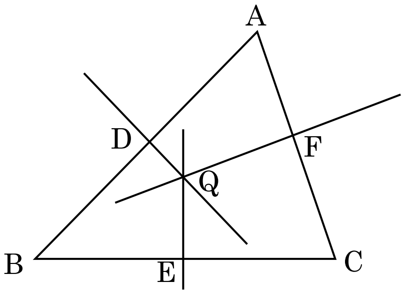
三角形の３辺の垂直二等分線は１点で交わり，
その点から各頂点までの距離は等しい。
この１点で交わった点 Q を三角形の**外心**といい，
三角形の３つの頂点を通る円を**外接円**といいます。
外接円の半径は(大文字) R で表します。



課題　ベクトル_第 06 回

学年［ 2 ］年　学科［ MI・AC・BC ］　番号［　　　］　氏名　［　　　　　　　　　　］

14　3 点 A(2, 6)，B(4, 2)，C(6, 4) を頂点とする△ABC の外心 Q の座標を，次の指示に従い求めよ。また，外接円の方程式を求めよ。



(1) 線分 AB の垂直 2 等分線の方程式を求めよ。

①法線ベクトル　$\overrightarrow{AB}=\vec{b}-\vec{a}=\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2\\6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-4\end{pmatrix}$

②線分 AB の中点 D　$\vec{d}=\dfrac{1}{2}\left\{\begin{pmatrix}2\\6\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}\right\}=\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$

③垂直 2 等分線　$2(x-3)-4(y-4)=0$

$2x-4y+10=0$　　$\therefore x-2y+5=0$

(2) 線分 BC の垂直 2 等分線の方程式を求めよ。[線分 BC の中点は E とする]

①法線ベクトル　$\overrightarrow{BC}=\vec{c}-\vec{b}=\begin{pmatrix}6\\4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$

②線分 BC の中点 E　$\vec{e}=\dfrac{1}{2}\left\{\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}6\\4\end{pmatrix}\right\}=\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix}$

③垂直 2 等分線　$2(x-5)+2(y-3)=0$

$2x+2y-16=0$　　$\therefore x+y-8=0$

(3) △ABC の外心 Q の座標を求めよ。

次の連立方程式の解が外心 Q の解である。

$\begin{cases}x-2y=-5\\x+y=8\end{cases}$　　$\therefore x=\dfrac{-5+16}{1+2}=\dfrac{11}{3}$，　$y=\dfrac{8+5}{1+2}=\dfrac{13}{3}$

（答）$Q\left(\dfrac{11}{3},\ \dfrac{13}{3}\right)$

(4) 外接円の方程式を求めよ。（Hint：半径 R は大きさ $|\overrightarrow{BQ}|$ で求められる）

$\overrightarrow{BQ}=\vec{q}-\vec{b}=\dfrac{1}{3}\begin{pmatrix}11\\13\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}=\dfrac{1}{3}\begin{pmatrix}-1\\7\end{pmatrix}$　より

$R=|\overrightarrow{BQ}|=\sqrt{\left(-\dfrac{1}{3}\right)^2+\left(\dfrac{7}{3}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{50}{9}}=\dfrac{5\sqrt{2}}{3}$

外接円の方程式　$\left(x-\dfrac{11}{3}\right)^2+\left(y-\dfrac{13}{3}\right)^2=\dfrac{50}{9}$

三角形の 3 辺の垂直二等分線は 1 点で交わり，
その点から各頂点までの距離は等しい。
この 1 点で交わった点 Q を三角形の**外心**といい，
三角形の 3 つの頂点を通る円を**外接円**といいます。
外接円の半径は(大文字) R で表します。