

問 6.17 2点 A(1, 3), B(4, 5) について, 次の問いに答えよ。

(1) \overline{AB} の成分表示を求めよ。

各点の位置ベクトルは小文字で表す。

$$\overline{AB} = \vec{b} - \vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

(2) 点 C(2, -1) を通り, 直線 AB に平行な直線の方程式を求めよ。

求める直線の方向ベクトルは $\vec{v} = \overline{AB}$ であるから

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2} \Rightarrow 2(x-2) = 3(y+1)$$

$$2x - 4 = 3y + 3 \quad \therefore 2x - 3y - 7 = 0$$

(3) 点 C(2, -1) を通り, 直線 AB に垂直な直線の方程式を求めよ。

求める直線の法線ベクトルは $\vec{n} = \overline{AB}$ であるから

$$3(x-2) + 2(y+1) = 0$$

$$3x - 6 + 2y + 2 = 0 \quad \therefore 3x + 2y - 4 = 0$$

問 6.18 2点 A(-5, 2), B(3, -6) を直径の両端とする円を求めよ。

求める円の方程式は

$$(x+5)(x-3) + (y-2)(y+6) = 0$$

$$x^2 + 2x - 15 + y^2 + 4y - 12 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2x + 4y - 27 = 0$$

$$(x+1)^2 - 1 + (y+2)^2 - 4 - 27 = 0$$

$$(x+1)^2 + (y+2)^2 = 32 \quad (\text{答}) \text{ 中心 } (-1, -2), \text{ 半径 } 4\sqrt{2} \text{ の円}$$

問 6.19 3点 A(1, 3), B(4, 5) C(2, -1) について, 次の問いに答えよ。

(1) 点 A を通り, 直線 BC に垂直な直線の方程式を求めよ。

$$\text{求める直線の法線ベクトルは } \vec{n} = \overline{BC} = \vec{c} - \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$\text{よって, 求める直線は } -2(x-1) - 6(y-3) = 0$$

$$-2x + 2 - 6y + 18 = 0$$

$$-2x - 6y + 20 = 0 \quad \therefore x + 3y - 10 = 0$$

(2) 問 6.17(3)の結果も利用して, $\triangle ABC$ の垂心 H の座標を求めよ。

垂心の座標は, 次の連立方程式を解である。

$$\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ x + 3y = 10 \end{cases} \quad \therefore x = \frac{12 - 20}{9 - 2} = -\frac{8}{7}, \quad y = \frac{30 - 4}{9 - 2} = \frac{26}{7}$$

$$(\text{答}) \text{ Q} \left(-\frac{8}{7}, \frac{26}{7} \right)$$