

問 6.14 4点 A(-5, -2), B(x, 2), C(1, 4), D(3, y) を頂点とする四角形 ABCD が, 平行四辺形となるように x, y の値を定めよ。

位置ベクトルを小文字で表す。

$$\overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a} = \begin{pmatrix} x \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{DC} = \vec{c} - \vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4-y \end{pmatrix}$$

よって, 条件(四角形 ABCD が平行四辺形)より

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow \begin{cases} x+5 = -2 \\ 4 = 4-y \end{cases} \therefore \begin{cases} x = -7 \\ y = 0 \end{cases}$$

問 6.15 3点 A(x, -1), B(1, 3), C(5, 5) が, 一直線上に並ぶように x の値を定めよ。

[Hint : 同一始点は必ず A である必要性はありません]

位置ベクトルを小文字で表す。

$$\overrightarrow{BA} = \vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} x \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BC} = \vec{c} - \vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

よって, 条件(3点 A,B,C が一直線上に並ぶ)より

$$\overrightarrow{BA} = k \overrightarrow{BC} \Rightarrow \begin{pmatrix} x-1 \\ -4 \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x-1 = 4k \dots \textcircled{1} \\ -4 = 2k \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \text{より } k = -2 \quad \textcircled{1} \text{に代入すると } x-1 = -8 \quad \therefore x = -7$$

問 6.16 3点 A(1, 3), B(3, y), C(7, 5) を頂点とする三角形が

B = 90° である直角三角形となるように, y の値を定めよ。

位置ベクトルを小文字で表す。

$$\overrightarrow{BA} = \vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3-y \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BC} = \vec{c} - \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5-y \end{pmatrix}$$

よって, 条件(B = 90° である直角三角形)より

$$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Rightarrow -8 + (3-y)(5-y) = 0$$

$$-8 + 15 - 8y + y^2 = 0$$

$$y^2 - 8y + 7 = 0$$

$$(y-1)(y-7) = 0 \quad \therefore y = 1, 7$$