

問 6.10 3点 A(1, -1), B(3, 1), C(-2, 2) を頂点とする三角形の形状を述べよ。

各点の位置ベクトルを小文字で表す。

$$\overline{AB} = \vec{b} - \vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \therefore |\overline{AB}| = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$$

$$\overline{BC} = \vec{c} - \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \therefore |\overline{BC}| = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$$

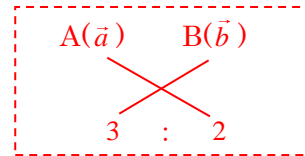
$$\overline{CA} = \vec{a} - \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \therefore |\overline{CA}| = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$$

三平方の定理 $AB^2 + CA^2 = BC^2$ を満たすので, $A = 90^\circ$ の直角三角形

問 6.11 2点 A(-3, -1), B(7, 4) について

線分 AB を 3:2 に内分する点 P の座標を求めよ。

各点の位置ベクトルを小文字で表す。



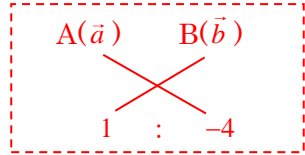
$$\vec{p} = \frac{2\vec{a} + 3\vec{b}}{3+2} = \frac{1}{5} \left\{ 2 \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix} \right\} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} -6+21 \\ -2+12 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 15 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

(答) P(3, 2)

問 6.12 2点 A(2, -1), B(5, 2) について

線分 AB を 1:4 に外分する点 P の座標を求めよ。

各点の位置ベクトルを小文字で表す。



$$\vec{p} = \frac{-4\vec{a} + \vec{b}}{1-4} = \frac{1}{-3} \left\{ -4 \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \right\} = -\frac{1}{3} \begin{pmatrix} -8+5 \\ 4+2 \end{pmatrix} = -\frac{1}{3} \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

(答) P(1, -2)

問 6.13 3点 A(-7, -5), B(5, -3), C(-1, 11) について, 次の問いに答よ。

但し, 各点の位置ベクトルは小文字で表すことにする。

(1) 線分 BC の中点 M の座標を求めよ。

$$\vec{m} = \frac{\vec{b} + \vec{c}}{2} = \frac{1}{2} \left\{ \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 11 \end{pmatrix} \right\} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad (\text{答}) M(2, 4)$$

(2) $\triangle ABC$ の重心 G の座標を求めよ。

$$\vec{g} = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{3} = \frac{1}{3} \left\{ \begin{pmatrix} -7 \\ -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 11 \end{pmatrix} \right\} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{答}) G(-1, 1)$$