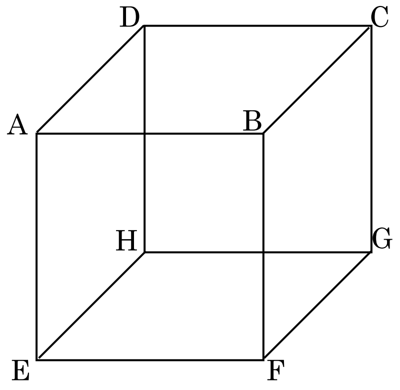
演習　ベクトル_第 02 回

学年[2]年　学科[MI・AC・BC]　番号[　　　]　氏名 [　　　　　　　　　　]

問 6.4　右の図は，１辺の長さが１の立方体 ABCD-EFGH　である。次の内積の値を求めよ。



(1)　$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BF}$　$=|\overrightarrow{AC}||\overrightarrow{BF}|\cos\frac{\pi}{2}=\sqrt{2}\times1\times0=0$

(2)　$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{GF}$　$=|\overrightarrow{AD}||\overrightarrow{GF}|\cos\pi=1\times1\times(-1)=-1$

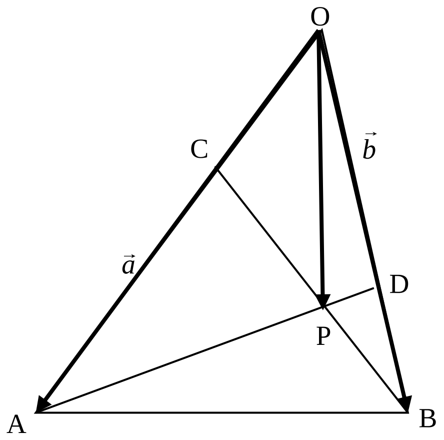
(3)　$\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{BE}$　$=|\overrightarrow{CD}||\overrightarrow{BE}|\cos\frac{\pi}{4}=1\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=1$

(4)　$\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{AF}$　$=|\overrightarrow{CD}||\overrightarrow{AF}|\cos\frac{3}{4}\pi=1\times\sqrt{2}\times\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=-1$

(5)　$\overrightarrow{EG}\cdot\overrightarrow{BD}$　$=|\overrightarrow{EG}||\overrightarrow{BD}|\cos\frac{\pi}{2}=\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times0=0$

(6)　$\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{AH}$　$=|\overrightarrow{AF}||\overrightarrow{AH}|\cos\frac{\pi}{3}=\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\frac{1}{2}=1$　[※△AFH は正三角形]

問 6.5　△OAB において，$\overrightarrow{OA}=\vec{a},\ \overrightarrow{OB}=\vec{b}$　とする。点 C は線分 OA を1:2 に内分する点とし，点 D は線分 OB を 2:1　に内分する点とし，線分 BC と線分 AD の交点を P とする。このとき，$\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a},\ \vec{b}$　で表せ。



$\vec{c}=\overrightarrow{OC}=\frac{1}{3}\vec{a},\ \vec{d}=\overrightarrow{OD}=\frac{2}{3}\vec{b}$　より

線分 BC のベクトル方程式

$$\vec{p}=(1-t)\vec{b}+t\vec{c}=\frac{1}{3}t\vec{a}+(1-t)\vec{b}\ \cdots①$$

線分 AD のベクトル方程式

$$\vec{p}=(1-s)\vec{a}+s\vec{d}=(1-s)\vec{a}+\frac{2}{3}s\vec{b}\ \cdots②$$

①と②より　$\begin{cases}\frac{1}{3}t=1-s\\ 1-t=\frac{2}{3}s\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t+3s=3\\ 3t+2s=3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=\frac{3}{7}\\ s=\frac{6}{7}\end{cases}$

①より　$\vec{p}=\frac{1}{7}\vec{a}+\frac{4}{7}\vec{b}$

※クラメルの公式を用いるのも一つの手法

$$t=\frac{6-9}{2-9}=\frac{-3}{-7}=\frac{3}{7}\qquad s=\frac{3-9}{2-9}=\frac{-6}{-7}=\frac{6}{7}$$