

6. 微分

和の記号：

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{1}{2}n(n+1), \quad \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

無限等比数列：

$$a + ar + ar^2 + \dots = \begin{cases} \frac{a}{1-r} & (-1 < r < 1) \\ \text{発散 (上記以外)} \end{cases}$$

ピタゴラスの定理：

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} \quad \begin{matrix} 0/0 \\ \infty/\infty \end{matrix}$$

微分の定義：

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

問 次を計算せよ。

(1) $\sum_{k=1}^n k(k+1)$

(2) $2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \dots$

(3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{\sin 2x}$

微分公式： $(c)' = 0$ 、 $(x)' = 1$ 、 $(x^a)' = ax^{a-1}$ 、 $\left(\frac{1}{x^n}\right)' = \frac{-n}{x^{n+1}}$ 、 $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
 $(a^x)' = a^x \log a$ 、 $(e^x)' = e^x \log e = e^x$ 、 $(\log_a x)' = \frac{1}{x \log a}$ 、 $(\log x)' = \frac{1}{x}$ 、 $f \cdot g = f' \cdot g + f \cdot g'$
 $(\sin x)' = \cos x$ 、 $(\cos x)' = -\sin x$ 、 $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ 、 $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$

問 次の関数を微分せよ。

(1) $y = (2x+3)^5$

(2) $y = \frac{x-1}{x^2+1}$

(3) $y = e^{2x} \sin 3x$

(4) $y = x^2 \log x$

(5) $y = \sin^3 2x$

(6) $y = x^{2x+5} \quad (x > 0)$