

1. 関数とグラフ

$$y = a(x-p)^2 + q \text{ の頂点は } (p, q)$$

問 次の2次関数のグラフの頂点を求めよ。

(1) $y = 2(x+1)^2 - 3$

(2) $y = x^2 + 5x$

(3) $y = 3x^2 + 5x - 7$

$$y = \frac{1}{x-p} + q \text{ の漸近線は } x = p, y = q \quad y = \frac{cx+d}{ax+b} \text{ の漸近線は } \begin{array}{l} ax+b=0 \\ \Rightarrow x = \frac{-b}{a}, \quad y = \frac{c}{a} \end{array}$$

問 次の分数関数の漸近線を求めよ。

(1) $y = \frac{2}{x+1} - 3$

(2) $y = \frac{3x+1}{2x+1}$

$$f(x) \text{ の逆関数} \Rightarrow x = f(y) \Rightarrow y = f^{-1}(x)$$

元の関数と逆関数のグラフは直線 $y = x$ に関して対称

※ x と y を入れ替えると直線 $y = x$ に関して対称なグラフとなる

問 次の関数の逆関数を求めよ。

(1) $y = 2^x$

(2) $y = \log_3 x$

(3) $y = x^2 \ (x \geq 0)$

(4) $y = \frac{x-2}{x+1}$

$$y = \pm\sqrt{ax+b} + c \text{ の頂点は } ax+b=0 \Rightarrow x = \frac{-b}{a} \Rightarrow y = c \Rightarrow \left(\frac{-b}{a}, c \right)$$

$$\begin{array}{ll} \text{定義域は } ax+b \geq 0 \Rightarrow & \begin{array}{l} x \geq \frac{-b}{a} \ (a > 0) \\ x \leq \frac{-b}{a} \ (a < 0) \end{array} \\ & \text{値域は } \begin{array}{l} y \geq c \ (y = +\sqrt{\ }) \\ y \leq c \ (y = -\sqrt{\ }) \end{array} \end{array}$$

問 次の無理関数の頂点と定義域および値域を求めよ。

(1) $y = \sqrt{x+1} - 3$

(2) $y = -\sqrt{-2x+4} + 1$