

12 漸化式  $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = \frac{n}{n+1}a_n + 2 \end{cases}$  を満たす数列の一般項は  $a_n = n + 1$  であることを,

数学的帰納法を用いて証明せよ。[下半分は折り曲げて, 解答を作成せよ]

===== 折り曲げ線 =====

[1]  $n=1$  のとき  
(左辺)  $= a_1 = 2$                       (右辺)  $= 1+1=2$   
よって, 成り立つ

[2]  $n=k$  のとき成り立つと仮定すると  
 $a_k = k+1 \cdots \textcircled{1}$   
 $n=k+1$  について考察する。

$$\begin{aligned} (n=k+1 \text{ を代入した左辺}) &= a_{k+1} = \frac{k}{k+1}a_k + 2 \\ &= \frac{k}{k+1} \times (k+1) + 2 \quad (\textcircled{1} \text{ より}) \\ &= k+2 = (n=k+1 \text{ を代入した右辺}) \end{aligned}$$

故に,  $n=k+1$  のとき成り立つ。

[3] 従って, すべての自然数について成り立つ。