演習　極限_第 07 回

学年[2]年　学科[MI・AC・BC]　番号[　　　]　氏名　[　　　　　　　　　　]

問 2. 1　次の極限の収束・発散を調べよ。収束する場合は極限値を求めよ。

(1) $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{5}{7}\right)^n=0$ （収束）

(2) $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{3}{2}\right)^n=+\infty$ （発散）

(3) $\lim_{n\to+\infty}\left(5^n-4^n-3^n\right)=\lim_{n\to+\infty}5^n\left\{1-\left(\frac{4}{5}\right)^n-\left(\frac{3}{5}\right)^n\right\}=+\infty\times(1-0-0)=+\infty$ （発散）

(4) $\lim_{n\to+\infty}\frac{4^n-3^n}{4^n+3^n}=\lim_{n\to+\infty}\frac{4^n\left\{1-\left(\frac{3}{4}\right)^n\right\}}{4^n\left\{1+\left(\frac{3}{4}\right)^n\right\}}=\lim_{n\to+\infty}\frac{\left\{1-\left(\frac{3}{4}\right)^n\right\}}{\left\{1+\left(\frac{3}{4}\right)^n\right\}}=\frac{1-0}{1+0}=1$ （収束）

(5) $\lim_{n\to+\infty}\frac{3^n+1}{5^n+1}=\lim_{n\to+\infty}\frac{3^n\left\{1+\left(\frac{1}{3}\right)^n\right\}}{5^n\left\{1+\left(\frac{1}{5}\right)^n\right\}}=\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{3}{5}\right)^n\times\frac{\left\{1+\left(\frac{1}{3}\right)^n\right\}}{\left\{1+\left(\frac{1}{5}\right)^n\right\}}=0\times\frac{1+0}{1+0}=0$ （収束）

(6) $\lim_{n\to+\infty}\frac{3^n-4^n}{2^n+3^n}=\lim_{n\to+\infty}\frac{4^n\left\{\left(\frac{3}{4}\right)^n-1\right\}}{3^n\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^n+1\right\}}=\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{4}{3}\right)^n\times\frac{\left\{\left(\frac{3}{4}\right)^n-1\right\}}{\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^n+1\right\}}=+\infty\times\frac{0-1}{0+1}=-\infty$ （発散）

問 2. 2　次の等比級数の収束・発散を調べよ。収束する場合は和を求めよ。

(1) $1-\frac{2}{3}+\frac{4}{9}-\frac{8}{27}+\frac{16}{81}-\cdots$

初項 $a=1$，公比 $r=-\frac{2}{3}$ の等比級数　$\Rightarrow$　$|r|<1$　より　収束

等比級数の和　$1-\frac{2}{3}+\frac{4}{9}-\frac{8}{27}-\frac{16}{81}+\cdots=\frac{1}{1-\left(-\frac{2}{3}\right)}=\frac{3}{3+2}=\frac{3}{5}$

(2) $\frac{3}{8}+\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{8}{9}+\frac{32}{27}+\cdots$

初項 $a=\frac{3}{8}$，公比 $r=\frac{4}{3}$ の等比級数　$\Rightarrow$　$|r|\geqq1$　より　発散