演習　数列_第 04 回

学年[2]年　学科[MI・AC・BC]　番号[　　　]　氏名　[　　　　　　　　　　]

問 1.9　次の等比数列の和を答えよ。

(1)　$1+3+9+27+81+\cdots+(\text{第}n\text{項})$

①初項　$a=1$　　②公比　$r=3$　　③項数　n

従って，求める和は　$S_n=\dfrac{a(r^n-1)}{r-1}=\dfrac{1\times(3^n-1)}{3-1}=\dfrac{3^n-1}{2}$

(2)　$1+2+4+8+16+\cdots+(\text{第}10\text{項})$

①初項　$a=1$　　②公比　$r=2$　　③項数　$n=10$

従って，求める和は　$S_n=\dfrac{a(r^n-1)}{r-1}=\dfrac{1\times(2^{10}-1)}{2-1}=1024-1=1023$

問 1.10　和　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(2k-1)(2k+1)}=\frac{1}{1\cdot3}+\frac{1}{3\cdot5}+\frac{1}{5\cdot7}+\cdots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$　を求めよ。

①部分分数分解　$\dfrac{1}{(2k-1)(2k+1)}=\dfrac{A}{2k-1}+\dfrac{B}{2k+1}$　とおくと

$1=A(2k+1)+B(2k-1)$

恒等式より　$k=\dfrac{1}{2}$　を代入　$1=2A$　$\therefore A=\dfrac{1}{2}$

$k=-\dfrac{1}{2}$　を代入　$1=-2B$　$\therefore B=-\dfrac{1}{2}$

よって　$\dfrac{1}{(2k-1)(2k+1)}=\dfrac{1/2}{2k-1}+\dfrac{-1/2}{2k+1}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2k-1}-\dfrac{1}{2k+1}\right)$

②相殺する　$k=1$　のとき　$\dfrac{1}{1\cdot3}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{1}-\cancel{\dfrac{1}{3}}\right)$

$k=2$　のとき　$\dfrac{1}{3\cdot5}=\dfrac{1}{2}\left(\cancel{\dfrac{1}{3}}-\cancel{\dfrac{1}{5}}\right)$

$k=3$　のとき　$\dfrac{1}{5\cdot7}=\dfrac{1}{2}\left(\cancel{\dfrac{1}{5}}-\cancel{\dfrac{1}{7}}\right)$

⋮　　　⋮

$k=n$　のとき　$\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\dfrac{1}{2}\left(\cancel{\dfrac{1}{2n-1}}-\dfrac{1}{2n+1}\right)$　(＋

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(2k-1)(2k+1)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2n+1}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{(2n+1)-1}{2n+1}=\frac{1}{2}\times\frac{2n}{2n+1}=\frac{n}{2n+1}$$