

問3.11 連立方程式 $\begin{cases} 3x-4y=6 \\ 2x+5y=1 \end{cases}$ をクラメルの公式を用いて解け。

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 6 & -4 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{30 - (-4)}{15 - (-8)} = \frac{34}{23}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{3 - 12}{15 - (-8)} = -\frac{9}{23}$$

演習 クラメルの公式を証明せよ。

[クラメルの公式] $\begin{cases} ax+by=p \dots \textcircled{1} \\ cx+dy=q \dots \textcircled{2} \end{cases}$ の解は

$$x = \frac{\begin{vmatrix} p & b \\ q & d \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} = \frac{pd - bq}{ad - bc}, \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a & p \\ c & q \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} = \frac{aq - pc}{ad - bc}$$

証明) ①×d−②×b を計算すると

$$\begin{array}{r} adx + bdy = pd \\ \underline{bcx + bdy = bq} \quad (-) \\ (ad - bc)x = pd - bq \end{array} \Rightarrow x = \frac{pd - bq}{ad - bc} = \frac{\begin{vmatrix} p & b \\ q & d \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}}$$

②×a−①×c を計算すると

$$\begin{array}{r} acx + ady = aq \\ \underline{acx + bcy = pc} \quad (-) \\ (ad - bc)y = aq - pc \end{array} \Rightarrow y = \frac{aq - pc}{ad - bc} = \frac{\begin{vmatrix} a & p \\ c & q \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}}$$